

# **Optymalizacja i Sterowanie Procesami Technologicznymi**

# **Planowanie ewolucyjne (EVOP)**

**Prof. dr hab. inż. Cezary Różycki**  
**Prof. dr hab. inż. Ludwik Synoradzki**

- **Poszukiwane są sprawdzone metody rozwiązywania problemów:**
  - a) opracowanie nowych produktów,
  - b) usprawnienia procesu technologicznego.
- Można stosować m. in. planowanie doświadczeń (DOE – *Design of Experiments*)
- **Dlaczego stosujemy planowanie doświadczeń w badaniach?**
  - a) skrócenie czasu badań,
  - b) zmniejszenie zużycie materiałów,
  - c) uzyskanie lepszej i wiarogodnej informacji.

- **Dlaczego stosujemy planowanie doświadczeń w produkcji?**
- a) ustalanie i kontrolowanie optymalnych warunków,
- b) zależność optimum od zmian instrukcji lub wartości zmiennych,
- c) które zmienne wpływają na wynik procesu,
- d) w jakim zakresie dopuszczalne są zmiany wartości zmiennych,
- **Burza mózgów** – ustalenie zmiennych, zakres badań, spodziewane wyniki, liczba doświadczeń, koszt badań,

L. zmiennych	L. poziomów zmiennych		
<b>1</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	25	9	4
<b>3</b>	125	27	8
<b>4</b>	625	81	16
<b>5</b>	3 125	243	32
<b>6</b>	15 625	729	64
<b>7</b>	78 125	2 187	128
<b>8</b>	390 625	6 561	256
<b>9</b>	1 953 125	19 683	512
<b>10</b>	9 765 625	59 049	1 024
<b>15</b>	3,05E+10	14 348 907	32 768
<b>20</b>	9,54E+13	3,49E+09	1 048 576

Powodzenie w badaniach osiąga się gdy

**„Fail fast, fail frequently, fail frugally, but fruitfully”**

**„Popęlniaj szybko błędy, popęlniaj często błędy, ale ucz się na błędach”**

**"Przegrywaj szybko, przegrywaj często, przegrywaj oszczędnie, ale korzystnie,,**

**"Skoro porażki są nieuniknione, to ponoś je szybko, często, oszczędnie, ale owocnie" 6**

# Definiowanie problemu

Alternatywa: Nieściśle zdefiniowanie problemu

(Wszystkie drogi prowadzą do Rzymu; If you don't know where you are going, any road will take you there!")

Problem:

1) Opracować przepis na „dobry” sernik – wada: subiektywny,

2) Opracować przepis na wilgotny i tani sernik – wada: nieprecyzyjny opis,

3) Zawartość wilgoci: 30-50%, cena: poniżej 15 zł,

Inne czynniki (kolor, słodczy, jajka, dodatki itp.).

Klienci (jedna grupa – wiele grup; ankietowanie)

Cechy poprawnego projektu:

Specyficzny, realizowalny, sprawny, uzgodniony,  
realistyczny, terminowy.

Wymagania prawne.

Dystrybucja i trwałość produktu.

Wymagania techniczne.

Wymagania produkcyjne.

Wymagania odbiorców.



Uzgodnione warunki (Projektanci, Produkcje, Klienci)				
Zmienna	Niski	Wysoki	Min.	Max.
Stos. jajka/ser	0,125	0,5	0,1	0,6
Stos. cukier/ser	0,5	1	0,25	1,25
Stos. zapach/ser	0,015	0,06	0,015	0,07
Czas mieszania	1	4	1	5
Szybkość mieszania	100	400	50	500
Temp. otoczenia	15	25	10	30
Czas pieczenia	45	90	30	100
Temp. pieczenia	170	185	160	190
Wilgotność	20	40	10	50
Grubość	20	35	15	40
Color (skala 1 - 10)	3	5	2	7
Waga	20	40	15	44
Koszt	2,5	5	0,4	10

Przykładowe wyniki badania opinii klientów:

- 1) Wilgotność: 40% lepiej więcej,
- 2) Waga: 28% lepiej więcej,
- 3) Kolor: 4 lub mniej.

## **Problem powtarzalności:**

Accuracy – dokładność, ścisłość,

Precision – precyzja, dokładność,

Repeatability – powtarzalność,

Reproducibility – odtwarzalność,

Stability – stabilność, stałość.

Accuracy – wyniki eksp. zgodne z wynikiem „prawdziwym”,

Precision – wyniki są zbliżone,

Repeatability – wyniki zbliżone w odstępach czasowy (1 dzień),

Reproducibility – wyniki zbliżone w dużych odstępach czasu,

Stability – wyniki „niezmienne” w czasie.

**Jak rozumieć „wyniki”?**

## **Dalsze postępowanie:**

- 1) Dobranie i realizacja planu doświadczeń,
- 2) Ustalenie modelu procesu (linowy lub nie liniowy),
- 3) Ustalenie warunków optymalnych (optymalizacja procesu),
- 4) Kontrola niezmienności warunków (wyników) procesu.

# 1. Wstęp

Optymalizacja procesu technologicznego. Stabilizacja warunków procesu technologicznego.

## 1.1 Wpływ zmiennych

Jakość produktu  $y$  zależy od wielu ( $i=1,2,\dots,k$ ) czynników  $x_i$ .

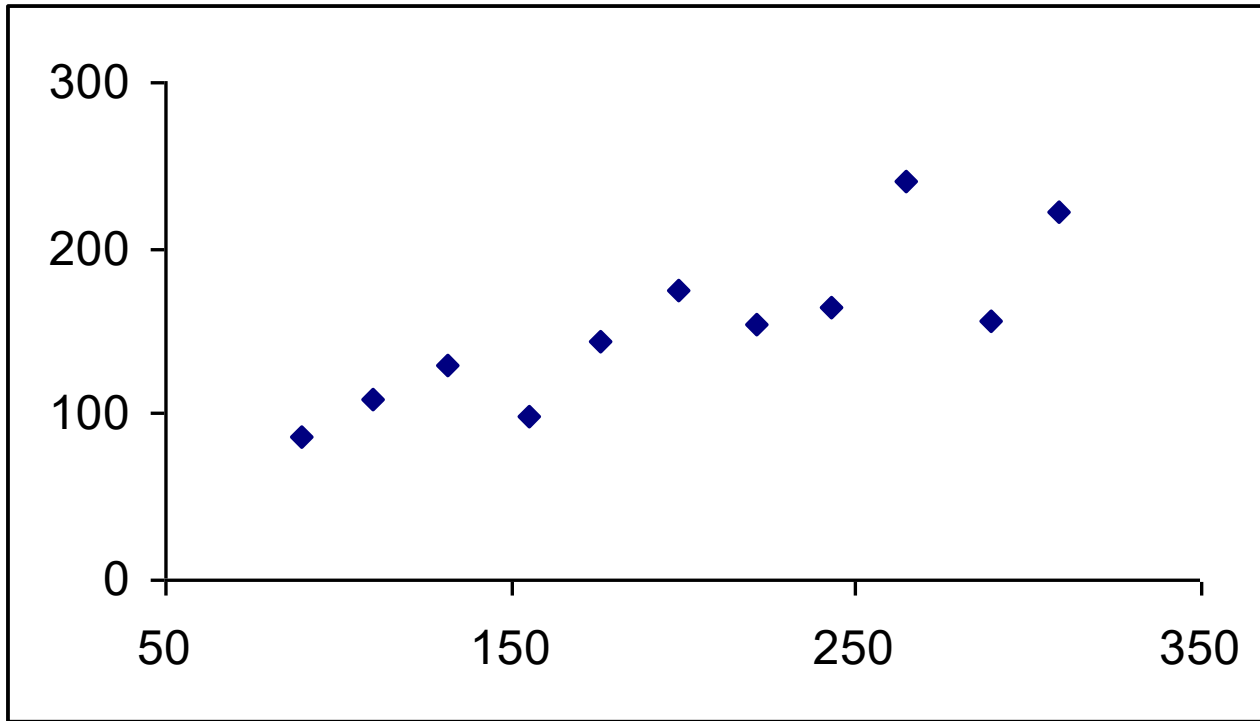
Współczynnik korelacji  $r$  dla poszczególnych czynników  $i$

$N$  pomiarów ( $n=1,2,\dots,N$ ) wskazuje na liniową zależność,

lub jej brak, a więc może służyć do wykrywania zależności  $y$  od  $x_i$ .

$$r_{y,x_i} = \frac{\sum_{u=1}^N (x_u - \bar{x}_i)(y_u - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{u=1}^N (x_u - \bar{x}_i)^2 \sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y})^2}}$$

$$r_{y,x_i} \approx \pm 1 \quad r_{y,x_i} \approx 0$$



Nie pytamy dlaczego, tylko – jak?  
Nie wiemy dlaczego, ale zaledwie co.  
Brak dowodu nie jest dowodem braku.

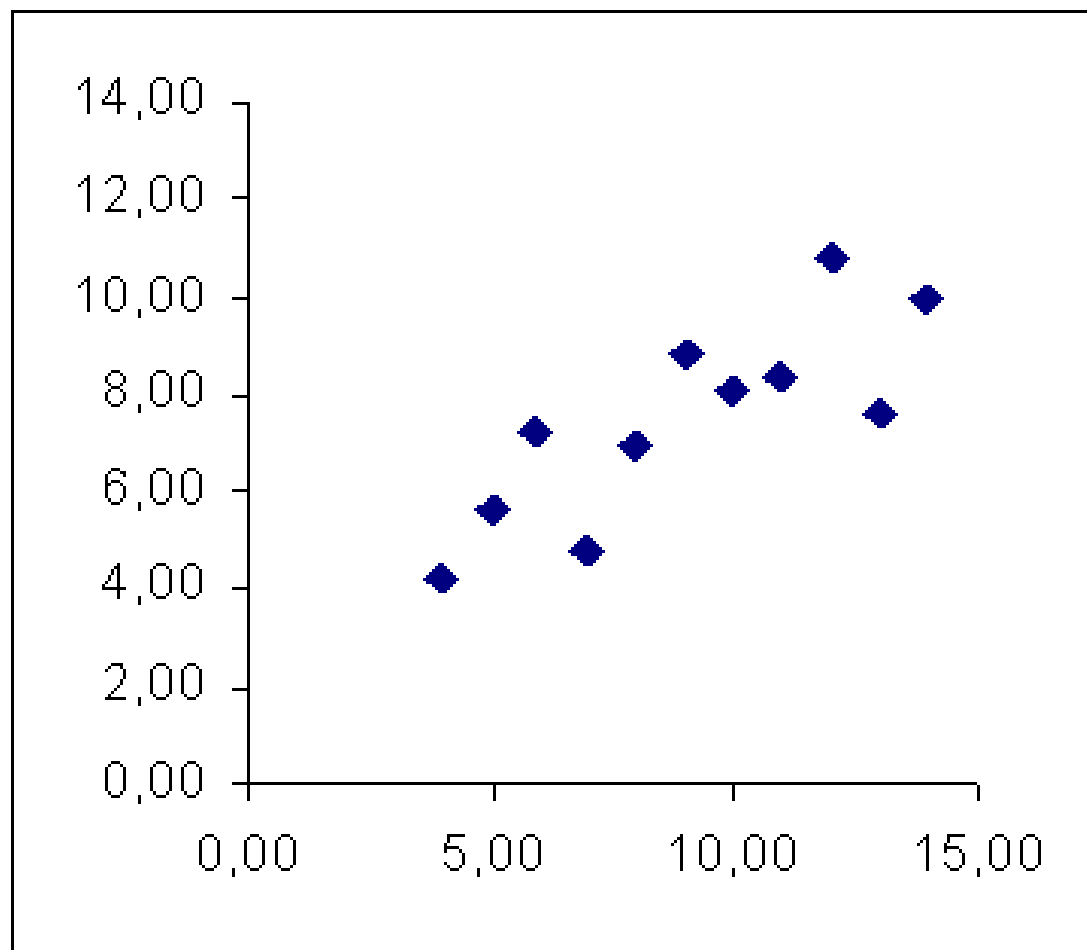
Nr pom.	....	$X_{iu}$	....	$y$
1	....	$x_{i1}$	....	$y_1$
2	.....	$x_{i2}$	.....	$y_2$
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....
.....	.....	....	.....	....
$u$	....	$x_{iu}$	....	$y_u$
....	....	....	....	....
....	.....	....	.....	....
....	....	....	....	....
$N$	....	$x_{iN}$	....	$y_N$



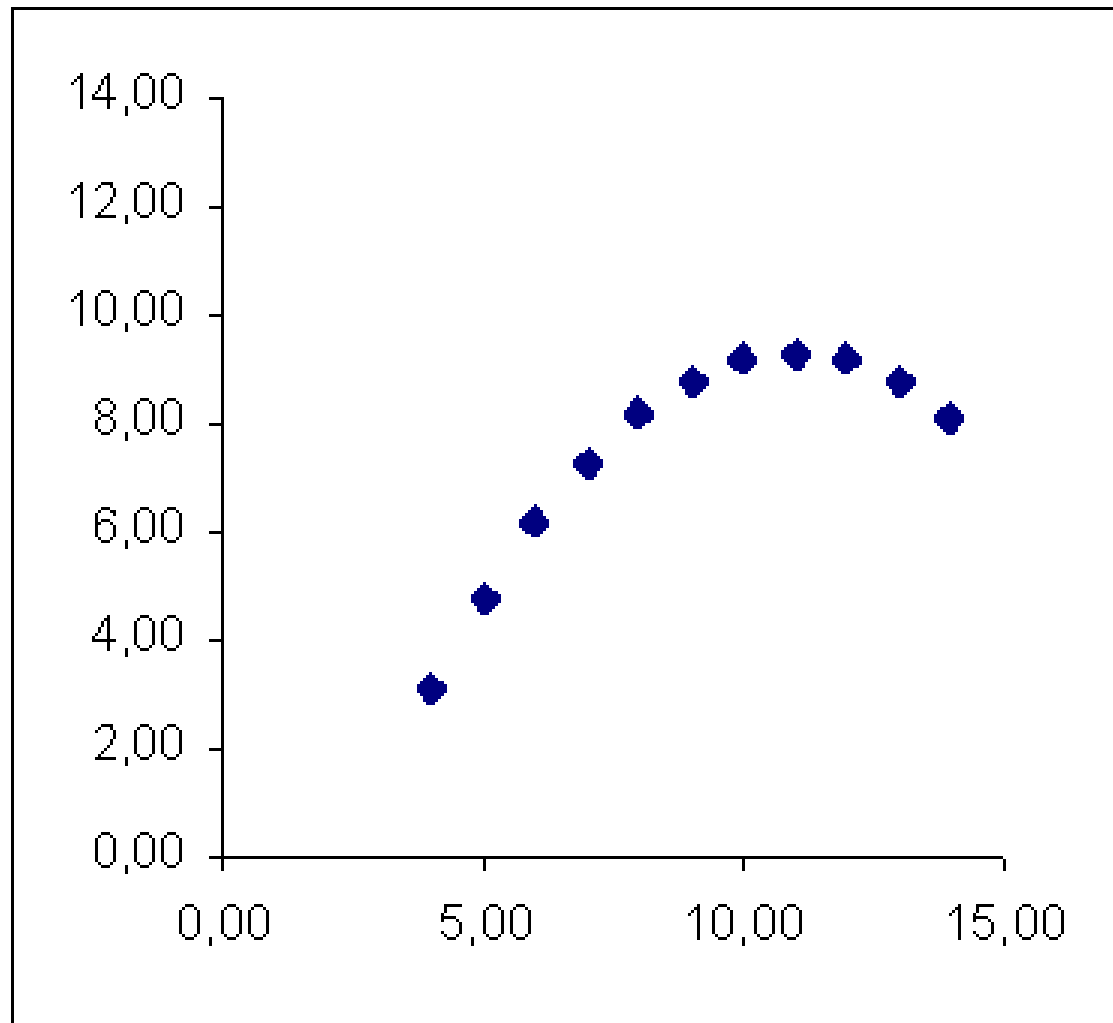
Ocena obliczonej wartości – problem testowania hipotezy o istotności współczynnika korelacji (i ogólne uwagi o testowaniu hipotez statystycznych).

Przykłady dla przypadku :  $r_{y,x_i} \approx 0,816$

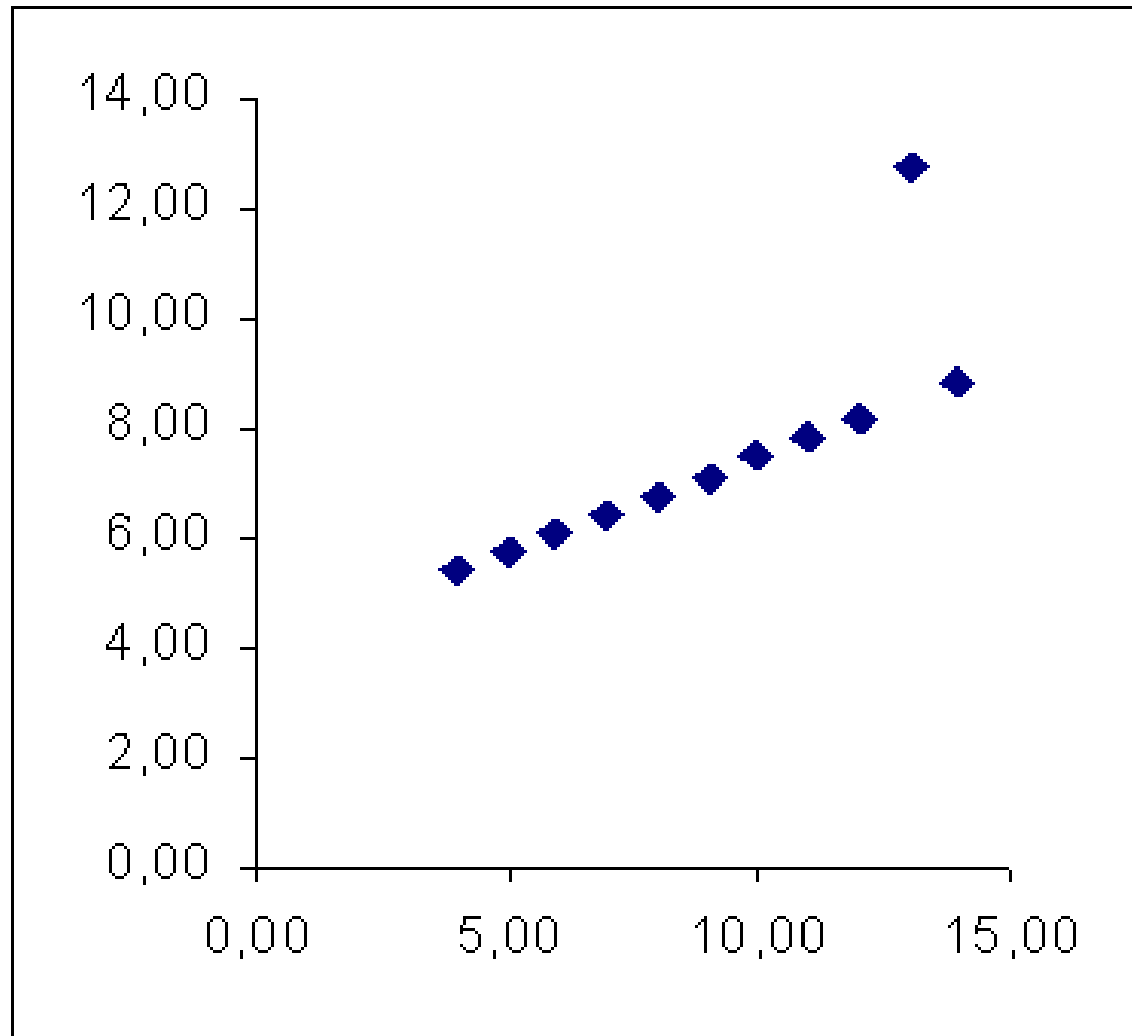
$x$	$y$
10,00	8,04
8,00	6,95
13,00	7,58
9,00	8,81
11,00	8,33
14,00	9,96
6,00	7,24
4,00	4,26
12,00	10,84
7,00	4,82
5,00	5,68
$r$	<b>0,8164</b>



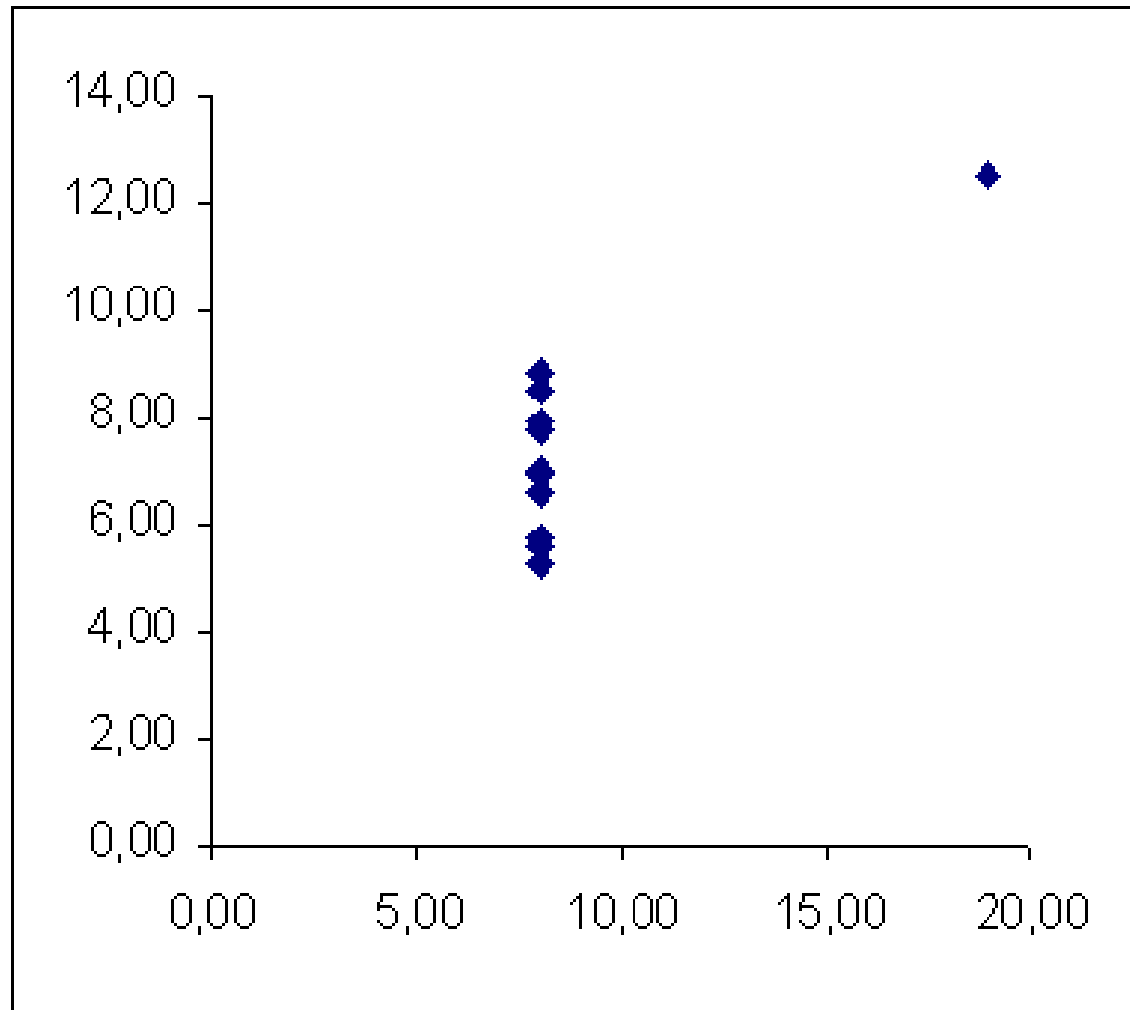
$x$	$y$
10,00	9,14
8,00	8,14
13,00	8,74
9,00	8,77
11,00	9,26
14,00	8,10
6,00	6,13
4,00	3,10
12,00	9,13
7,00	7,26
5,00	4,74
$r$	<b>0,8162</b>



$x$	$y$
10,00	7,46
8,00	6,77
13,00	12,74
9,00	7,11
11,00	7,81
14,00	8,84
6,00	6,08
4,00	5,39
12,00	8,15
7,00	6,42
5,00	5,73
$r$	<b>0,8163</b>



$x$	$y$
8,00	6,58
8,00	5,76
8,00	7,71
8,00	8,84
8,00	8,47
8,00	7,04
8,00	5,25
19,00	12,50
8,00	5,56
8,00	7,91
8,00	6,89
$r$	<b>0,8162</b>

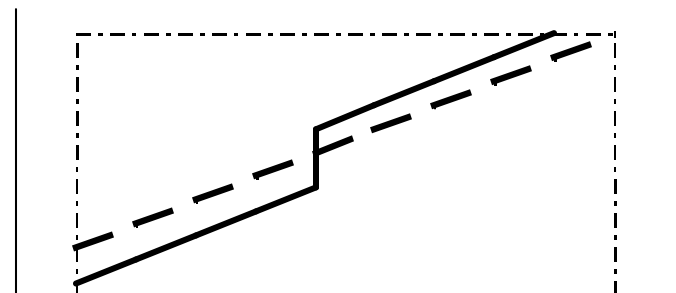
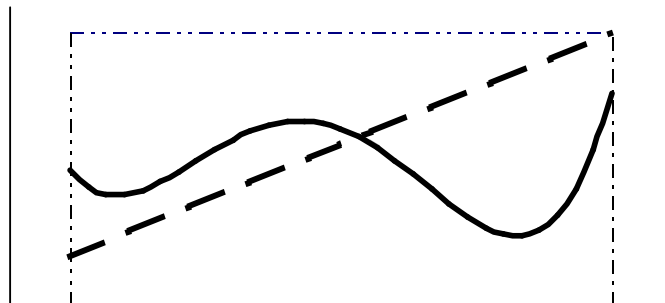
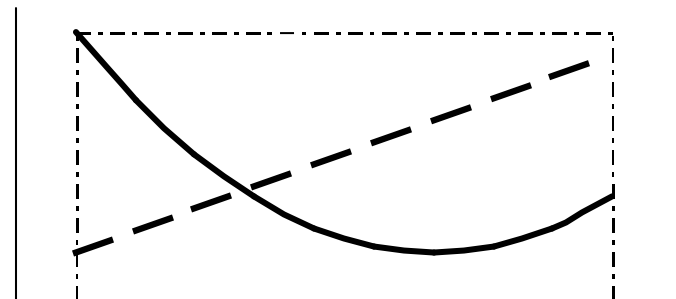
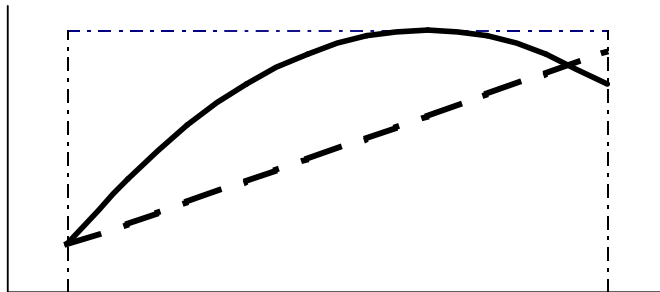
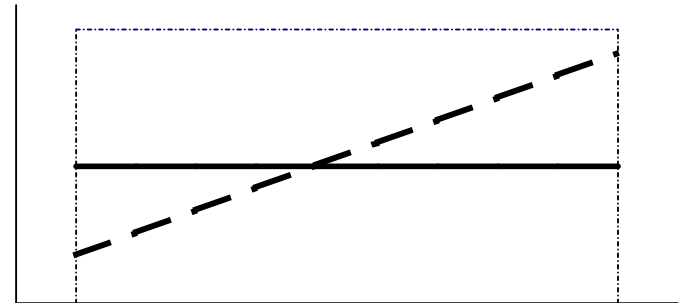
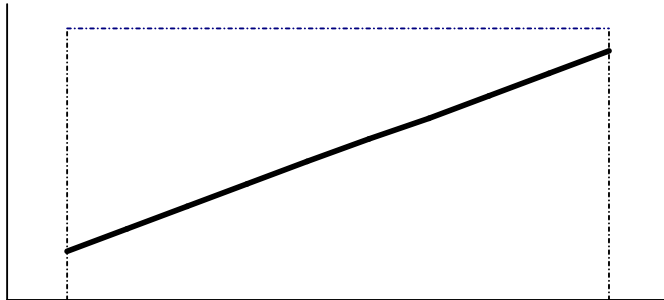


Trudności stosowania obliczonej wartości  $r_{x,y}$  :

- 1) problem zgodności rzeczywistości i modelu liniowego (możliwość maskowania zmiennych – fałszywa korelacja: 1) straty w wyniku pożaru i liczby jednostek gaszących, 2) liczba urodzonych w danym roku dzieci – liczba bocianów – poziom życia; 3) nieuwzględnienie czynnika czasu).
- 2) Korelacja to nie przyczynowość. Wiemy co się dzieje, a nie dlaczego tak się dzieje.

Lepsza metoda – planowanie eksperymentu –  
poszukiwanie wartości  $x_i$  , która zapewni poprawną  
(optymalną) wartość  $y$ .

Przykłady funkcji (zależności)  $y - x$  (rzeczywistość – linia ciągła —) i zależności liniowej (model; na podstawie współczynnika korelacji - - - - -):



Plan eksperymentu sekwencyjnego (realizuje się kolejno doświadczenie, wniosek, doświadczenie, wniosek, ...) i

eksperymentu wielokrotnego (realizuje się zaplanowane doświadczenia i na ich podstawie podejmuje się decyzję itd.).

Problem zgrania czasu otrzymania wyniku i czasu produkcji (np. produkt oceniany jest po kilku etapach produkcyjnych).



## 1.2 Opis procesu technologicznego jako funkcji wielu zmiennych.

Wynik doświadczenia,  $y$ , może zależeć (często tak zakłada eksperymentator) od  $k$  potencjalnych zmiennych niezależnych wejściowych (czynników),  $x_i$ :

$$y=f(x_1, x_2, \dots, x_k)+\varepsilon$$

W rzeczywistości  $y$  zależy jedynie od  $k'$  zmiennych ( $k' \leq k$ ), ponieważ wśród rozpatrywanych zmiennych mogą znajdować się takie, które nie wpływają na wynik,  $y$ , lub wpływają w sposób nie odróżnialny od błędu losowego. Liczba zmiennych niezależnych  $k'$  jest nieznana, jak również nie wiadomo, które z  $k$  zmiennych są istotne. Dlatego należy wybrać te istotne zmienne, czyli przeprowadzić selekcję zmiennych. Zazwyczaj ogranicza się do wyznaczenia równania liniowego

$$y=b_0+b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_ix_i+\dots+b_kx_k,$$

Czarna skrzynka.

Kontrola procesu technologicznego  
(stabilizacja procesu technologicznego).

Błąd wyniku doświadczenia (spowodowany  
jest losowymi różnicami wartości zmiennych  
niezależnych  $x_i$  ).

## 1.3. Proces przemysłowy: systematyczna realizacja produkcji

Proces ten trwa dostatecznie długo, lub jest powtarzany wielokrotnie. Proces może być jednoetapowy lub wieloetapowy. Obiekt badania może być statyczny (ustalony w czasie) lub dynamiczny (zmienny w czasie). Powtarzanie procesu – podstawą badań statystycznych.

Trend – zmienność wyników procesu (systematyczna lub losowa).

Proces dyskretny lub ciągły.

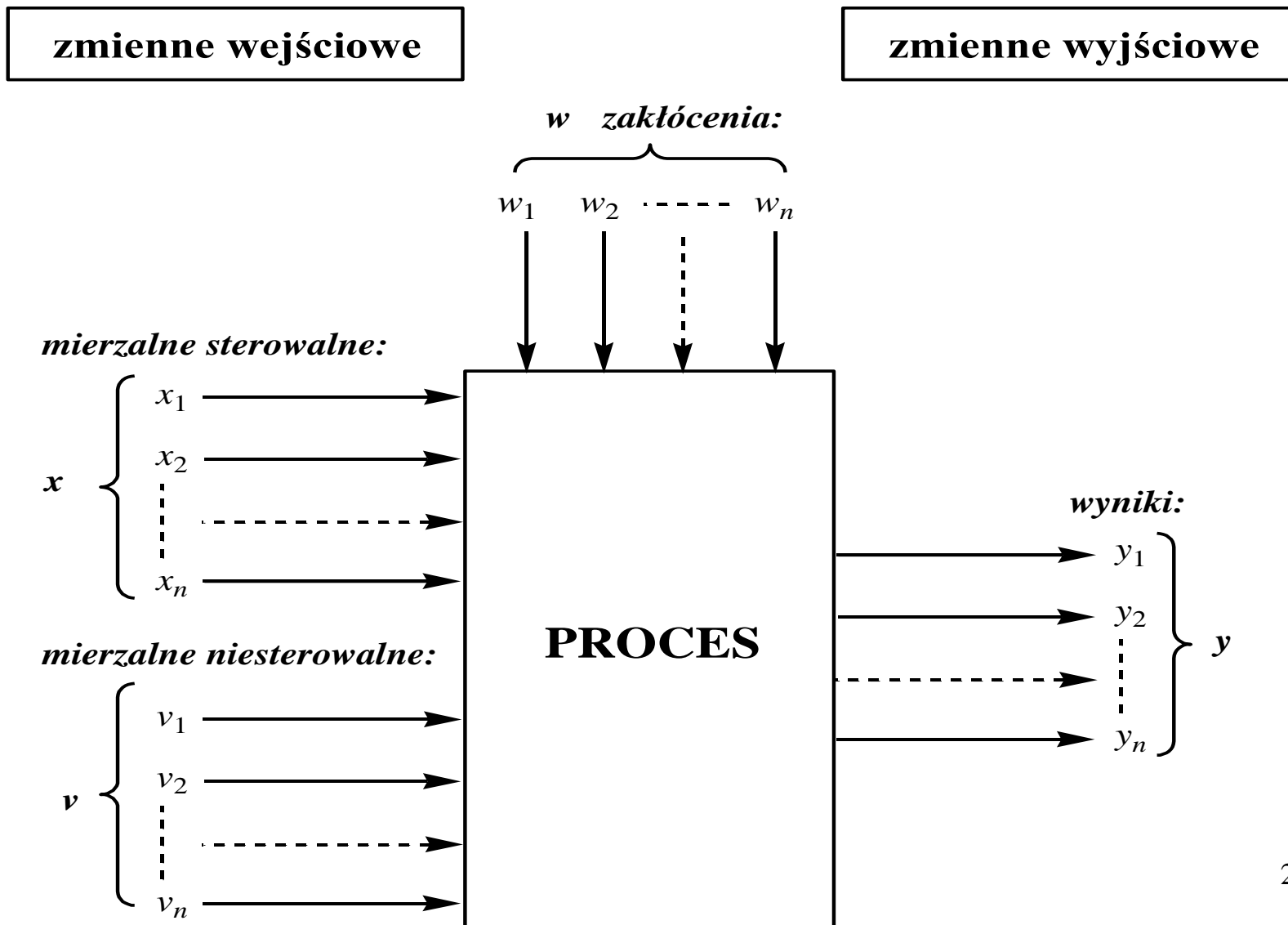
Cel badania procesu: utrzymanie procesu w stanie podkontrolnym lub optymalizacja procesu.

Adaptacja procesu (proces podlega zmianom w czasie – przeciwdziałanie tym zmianom).

Kontrola procesu pasywna (proces nie powinien ulegać zmianom) lub aktywna (celowa zmiana warunków procesu i wnioski z wyników badań – możliwość planowania eksperymentu).

Planowanie ewolucyjne (EVOP) – umożliwia wprowadzanie zmian w procesie w celu ustalenia i utrzymania najlepszych warunków procesu.

# Czarna skrzynka



# 2. Zasady planowania w warunkach przemysłowych

## 2.1 Eksperyment laboratoryjny

- 1) Wyznaczyć maksymalną wartość  $y$ . Plany czynnikowe, ruch po gradiencie itp.
- 2) Zmiana skali procesu i jej konsekwencje. Powtórzenie planu.
- 3) Utrzymanie procesu w rejonie optimum. Matematyczny model procesu i jego ocena statystyczna.

## 2.2 Zasady eksperymentu technologicznego.

- 1) Tworzenie informacji równocześnie z produkcją (kontrola jakości).
- 2) „Kołysanie” procesem technologicznym. Zebrana informacja (na podstawie aktywnego wprowadzania zmian wartości zmiennych  $x$  i  $y$ ) jest podstawą obliczania modelu matematycznego i prognozowania zmian w procesie technologicznym.

3) Odróżnienie sygnału od szumu. Wprowadza się planowo małe zmiany wartości  $x_i$  i koryguje się warunki realizacji procesu (na podstawie testowania istotności wartości  $y$ ; maleje błąd średniej arytmetycznej  $y$ ).

4) Zasada krokowa pozwala wykryć kierunek ruchu optimum (należy przestrzegać reżimu technologicznego). Stała adaptacja procesu (ze względu na zachodzące zmiany losowe).

Optymalne sterowanie procesu jest możliwe przy niepełnej wiedzy o jego mechanizmie.

## 2.3 Tworzenie zadania eksperymentu technologicznego.

- 1) Sprawdzić należy pojęcie „wyniku procesu”. Wiele charakterystyk badanego obiektu (produktu) (spowodowane niewłaściwą informacją np. niedostateczna znajomość obiektu badań, opóźnienie informacji względem produkcji).
- 2) Konieczne jest jedno kryterium oceny. Jak i co mierzyć (koszt, jakość, ilość itp.)? Warunki pomiaru (gotowy produkt lub „ciągła kontrola”).
- 3) Matematyczne opracowanie wyników.



4) Dobór czynników (np. produkcja kauczuku syntetycznego lub diod krzemowych – rzędu 400 zmiennych niezależnych; zmienne dyskretne i ciągłe). W metodach planowanych eksperymentów liczbę zmiennych ogranicza się do 1- 4 wybranych z większej liczby). Wartości wybranych czynników powinny wpływać istotnie na wynik  $y$ . Czy istnieje możliwość łączenia zmiennych w jedną? Metoda bilansu losowego.

# 3. Planowanie ewolucyjne EVOP

## 3.1. Metoda planowania ewolucyjnego Boxa (EVOP – *Evolutionary operation* – Box 1957)

Metody EVOP [5] powstały jako odpowiedź na przeszkody i ograniczenia stosowania metod eksperymentów laboratoryjnych w praktyce przemysłowej.

Problem ekonomiczny: wynik eksperymentu technologicznego to produkt przemysłowy o wartości handlowej.

Trudności w powtarzalności eksperymentu technologicznego – większy błąd losowy (w porównaniu z eksperymentem laboratoryjnym).

Mniejszy zakres zmienności zmiennych niezależnych – spadek jakości i wydajności produkcji.

Powoduje to trudności w ustalaniu wpływu poszczególnych czynników. Maleje również możliwość ustalania wartości zmiennych niezależnych.

Powyższe powoduje wzrost liczby doświadczeń (w porównaniu z eksperymentem laboratoryjnym).

Eksperyment technologiczny jest stałym źródłem informacji i może trwać aż do zakończenia produkcji.

Małe zmiany powodują duże efekty (analogia z ewolucją).

Eksperymentator steruje „naturalną” zmiennością procesu.

Eksperyment zawsze prowadzi do realizacji celu eksperymentu.

## Optymalizacja nie zawsze jest możliwa:

- 1) wymaga przerwania produkcji,
- 2) powoduje chwilowe obniżenie jakości produktu.

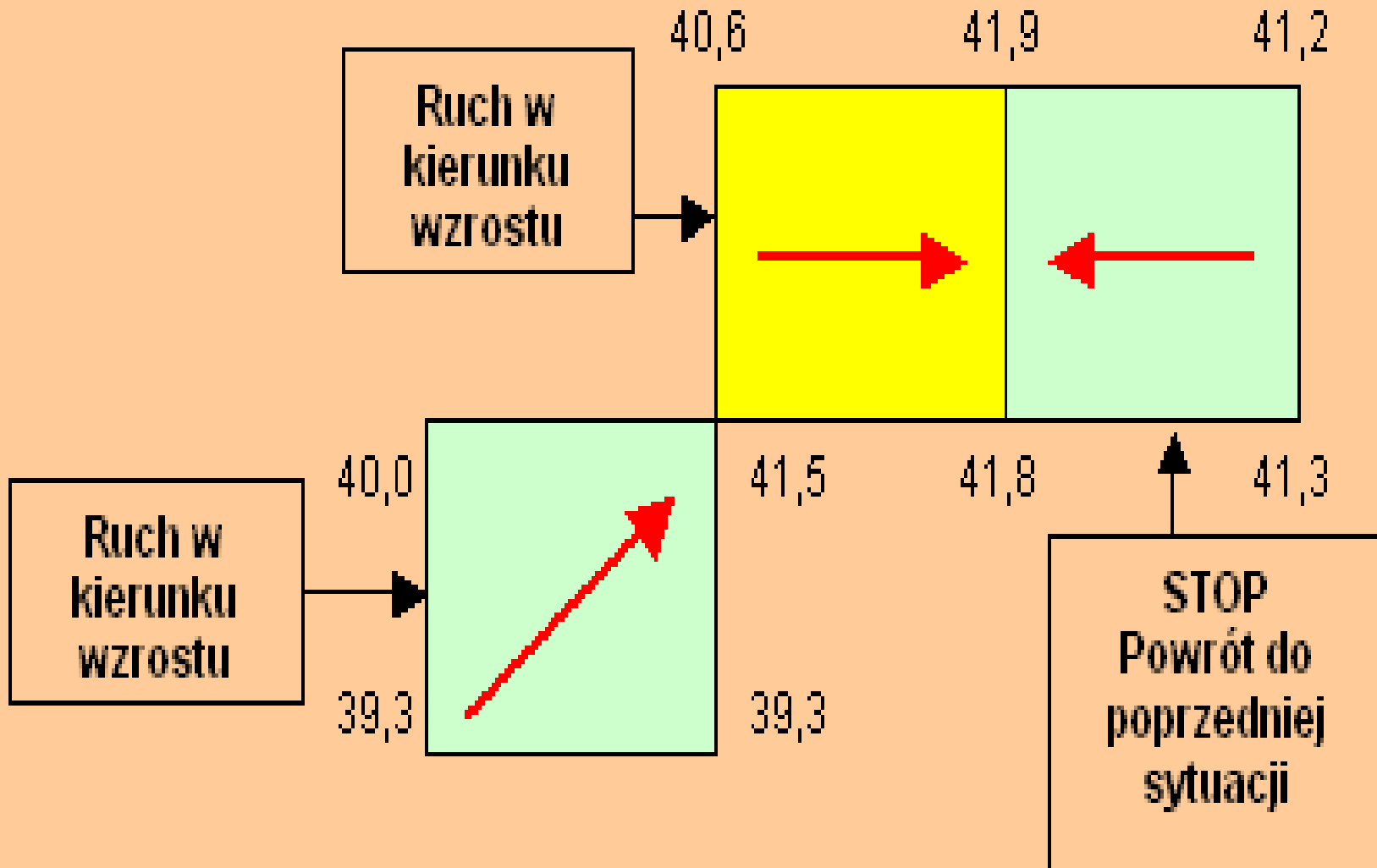
## Alternatywne metody EVOP:

- 1) nie zakłócają produkcji,
- 2) realizacja planów czynnikowych  $2^k$  uwzględnia warunki produkcji,
- 3) małe zmiany zmiennych niezależnych nie powodują obniżenia jakości produktu.

Metoda EVOP polega na *on-line* stosowaniu planowanych pomiarów np. planów typu  $2^k$ , metody simpleksowej itp.

Zmiany zmiennych niezależnych nie powinny zakłócać procesu, ale wykrywać małe odchylenia jakości produktu.

# Metoda Boxa



## 3.2. Problemy organizacyjne

Stwierdzenie zmian warunków procesu technologicznego wymaga podjęcia odpowiednich decyzji, niemożliwych do przewidzenia i opisu.

Podjęcie ich może być możliwe po dyskusji w gronie kilku osób (Komitet EVOP). Komitet spełnia rolę doradcy, a ostateczna decyzja należy od osoby odpowiadającej za proces technologiczny.

Skład komitetu to m. in.: technolog, mechanik (odpowiada za sprawność aparatury), specjalista od kontroli jakości produktu (ale nie wykonawca pomiarów i analiz), ekonomista, projektant itp. „Burza mózgów”. Niezależność członków komitetu i brak powiązań służbowych.

Komitet realizuje coś w rodzaju „sprzężenia zwrotnego” w kierowaniu procesem. Ale to nie „empiryczne sprzężenie zwrotne”: zbiór wyników pomiarów i zbiór możliwych decyzji aparatowych (*proces operators*).



### 3.3. Technika obliczeń – eksperyment dla dwóch zmiennych (przykład produkcji TBF)

Standardowe postępowanie zaczyna się od ustalenia planu eksperymentu (po ustaleniu postępowania na podstawie dotychczasowych wyników).

Po realizacji eksperymentu laboratoryjnego podjęto próbę realizacji procesu w skali przemysłowej (zwiększono skalę 25000 razy). Były podstawy do wniosku, że możliwy jest wzrost wydajności procesu (77%). Po wykryciu gradientu temperatury w reaktorze i jego usunięciu wydajność wzrosła do 81,6%.

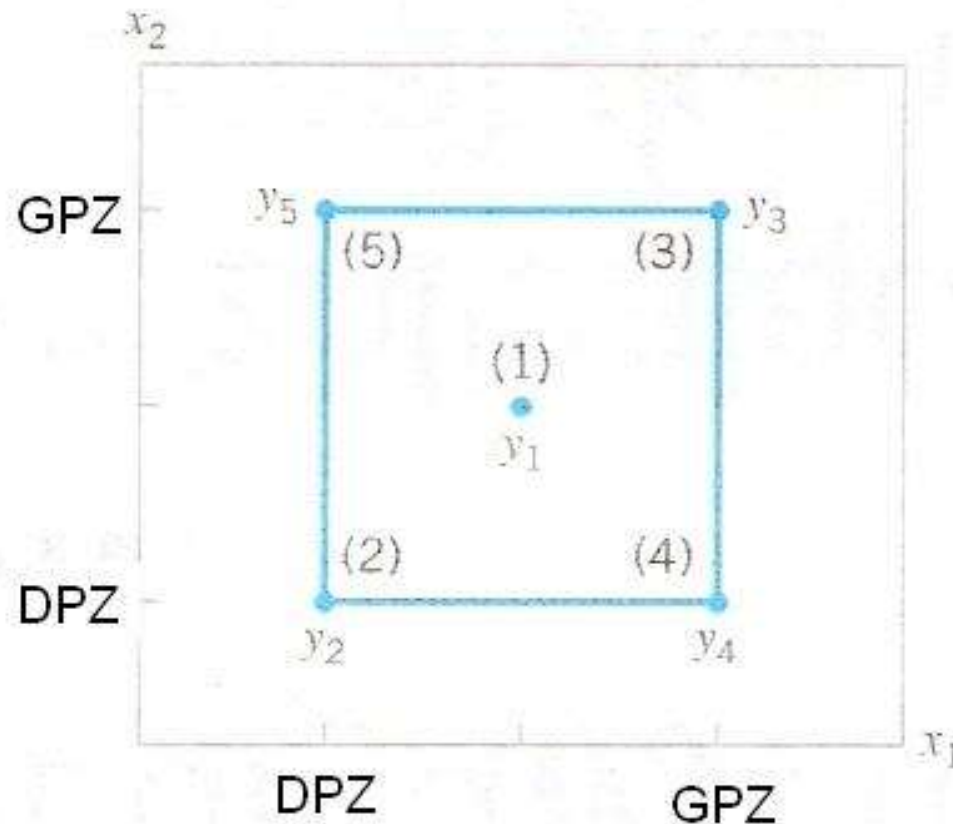
Aby uniknąć wpływu temperatury wody chłodzącej podjęto decyzję o zastosowaniu planu EVOP i wybrano zmienne niezależne  $x_1$  i  $x_2$ , które kompensowały ten wpływ na wydajność  $y$ .

Do tego celu wybrano plan czynnikowy typu  $2^2$ , uwzględniając warunki realizacji procesu technologicznego. Środek planu:  $x_1 = 9,5$  i  $x_2 = 7,25$  (zazwyczaj są to wartości standardowe ustalone już dla procesu); krok zmiennych wynosi:  $\Delta x_1 = 1,5$  i  $\Delta x_2 = 0,25$ . Ustalono sposób obliczeń (zależny od nagromadzonej informacji o procesie (karty kontrolne, rodzaj zmiennych itp.) [1-4].

EVOP dla trzech zmiennych niezależnych: patrz literatura [5, 6].

### 3.4. Podstawowe obliczenia [6]

Zastosowano plan czynnikiowy  $2^2$  i doświadczenie w środku planu:



Doświadczenia 1, 2, 3, 4 i 5 tworzą **cykl EVOP**.

**CYKL:**

Liczba doświadczeń w cyklu  $n=5$

Wartości zmiennych niezależnych doświadczenia  $i$ :  $x_{1i}$ ,  $x_{2i}$ .

Wyniki doświadczeń:  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ ,  $y_4$  i  $y_5$ .

$$\text{efekt}(x_1) = \frac{1}{2} [y_3 + y_4 - y_2 - y_5]$$

$$\text{efekt}(x_2) = \frac{1}{2} [y_3 + y_5 - y_2 - y_4]$$

$$\text{ef. współ.zmn}(x_1, x_2) = \frac{1}{2} [y_2 + y_3 - y_4 - y_5]$$

Po realizacji  $m$  cykli w każdym z pięciu doświadczeń otrzymano  $m$  wyników  $y$ . Efekty zmiennych  $x$  oraz ich efekty współdziałań oblicza się podstawiając do powyższych wzorów średnie wartości  $\bar{y}_i$  zamiast wyników indywidualnych  $y_i$ .

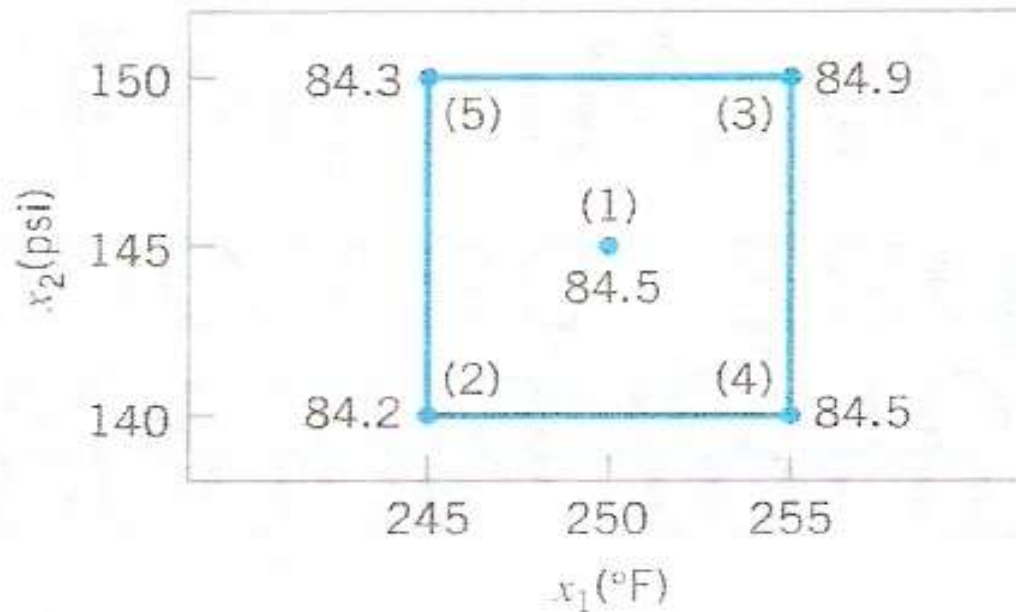
Po kilkakrotnym powtórzeniu cyklu można ustalić które zmienne niezależne lub ich efekty współdziałania są istotne i można podjąć decyzje o zmianie warunków realizacji doświadczeń. Zakończono fazę EVOP.

Do testowania istotności wpływu zmiennych stosuje się błąd doświadczalny obliczany z danych cyklu. Porównując odpowiedź  $y$  dla środka planu (punkt 1) z punktami planu  $2^k$  (punkty 2, 3, 4 i 5) można ocenić krzywiznę powierzchni odpowiedzi (ustalić czy rzeczywiście proces realizowanym jest w punkcie optymalnym). Odpowiedź w środku planu powinna istotnie różnić się od odpowiedzi w punktach planu  $2^k$ , gdy wpływ zmiennych jest istotny.<sup>44</sup>

Box i Draper [6] omówili przypadek EVOP dla trzech zmiennych, a Meyers i Montgomery [7] zastosowanie programów statystycznych do obliczeń EVOP.

### 3.5. Przykład 1 [7, 8]

Realizowano proces chemiczny, którego wydajność ( $y$ ) zależy od temperatury ( $x_1$ ) i ciśnienia ( $x_2$ ). Proces zrealizowano w warunkach 250°F i 145 psi (funt-siła/cal kwadrat.) . Zastosowano plan EVOP realizując plan czynnikiowy  $2^2$  i doświadczenie w środku planu (w kolejności 1, 2, 3, 4 i 5). Wyniki cyklu 1 podano na rysunku:



# Obliczanie wyników w cyklach EVOP; liczba zmiennych: 2 (p. str. 48, 50, 52)

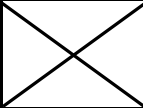
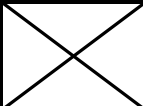
Wzór 1	Efekt czynnika $x_1$	$\frac{1}{2}[\bar{y}_3 + \bar{y}_4 - \bar{y}_2 - \bar{y}_5]$
Wzór 2	Efekt czynnika $x_2$	$\frac{1}{2}[\bar{y}_3 + \bar{y}_5 + \bar{y}_2 - \bar{y}_4]$
Wzór 3	Efekt współdziałania czynników $x_1 \times x_2$	$\frac{1}{2}[\bar{y}_2 + \bar{y}_3 - \bar{y}_4 - \bar{y}_5]$
Wzór 4	Średnia zmiana efektów głównych	$\frac{1}{5}[\bar{y}_2 + \bar{y}_3 - \bar{y}_4 - \bar{y}_5 - 4\bar{y}_1]$
Wzór 5	Granica błędu nowej średniej	$\frac{2}{\sqrt{n}} S_{os}$
Wzór 6	Granica błędu nowych efektów	$\frac{2}{\sqrt{n}} S_{os}$
Wzór 7	Granica błędu średniej zmiany efektów głównych	$\frac{1,78}{\sqrt{n}} S_{os}$

Cykl $n=1$						Faza EVOP 1		
Warunki doświadczenia	Obliczanie średnich					Obliczanie odch. stand.		
	1	2	3	4	5			
[1] Suma poprzednich cykli						Poprzednia suma $S=$		
[2] Poprzednia średnia cykli						Poprzednia średnia $S=$		
[3] Nowe wyniki	84,5	84,2	84,9	84,5	84,3	Nowe $S=$ zakres[4]* $f_{k,n}$		
[4] Różnica [2] - [3]						Rozstęp[4]=		
[5] Suma [1] + [3]	84,5	84,2	84,9	84,5	84,3	Nowa suma $S=$		
[6] Nowe średnie [5]/ $n$ ; $\bar{Y}_i$	84,5	84,2	84,9	84,5	84,3	Nowa średnia $S_{os} = S/(n-1)$		
Obliczanie efektów			<b>UWAGA:</b>			Obl. granicy błędów dla:		
Efekt $x_1$ (Wzór 1)		0,45	1) Wzór 1 - Wzór 7: patrz strona 50 2) [1] - [6]: numer wierszy w tablicy na str. 51, 53 i 54			Nowej średniej (Wzór 5)		
Efekt $x_2$ (Wzór 2)		0,25				Nowych efektów (Wzór 6)		
Efekt współdz. $x_1x_2$ (Wzór 3)		0,15				Nowej średniej zmiany efektów głównych (Wzór 7)		
Średnia zmiana efektów głównych (Wzór 4)		-0,02						



Uwagi po realizacji cyklu 1 ( $n=1$ ):

1. Brak informacji o błędach losowych,
2. Efekty zmiennych  $x_i$  obliczono jak dla planu czynnikowego  $2^2$ .
3. Porównując wyniki (wiersz 3) można przypuszczać, że zmienne  $x_i$  nie mają wpływu na wydajność  $y$ .
4. Postanowiono powtórzyć cykl 1 (jako cykl 2).

		Cykl $n=2$					Faza EVOP 1	
Warunki doświadczenia	Obliczanie średnich					Obliczanie odch. stand.		
	1	2	3	4	5			
[1] Suma poprzednich cykli	84,5	84,2	84,9	84,5	84,3	Poprzednia sum $\bar{S}_r=$		
[2] Poprzednia średnia cykli	84,5	84,2	84,9	84,5	84,3	Poprzednia średnia $\bar{S}_r=$		
[3] Nowe wyniki	84,9	84,6	85,9	83,5	84,0	Nowe $S=$ zakres $[4]*f_{k,n}$	0,60	
[4] Różnica [2] - [3]	-0,4	-0,4	-1,0	1,0	0,3	Rozstęp $[4]=$	2,00	
[5] Suma [1] + [3]	169,4	168,8	170,8	168,0	168,3	Nowa suma $S=$	0,60	
[6] Nowe średnie $[5]/n; \bar{Y}_i$	84,70	84,40	85,40	84,00	84,15	Nowa średnia $S_{os}= S/(n-1)$	0,60	
Obliczanie efektów			<b>UWAGA:</b> 1) Wzór 1 - Wzór 7 - patrz strona 50 2) [1] - [6] - numer wierszy w tablicy na str. 51, 53 i 54			Obl. granicy błędów dla:		
Efekt $x_1$ (Wzór 1)		0,42				Nowej średniej (Wzór 5)		0,85
Efekt $x_2$ (Wzór 2)		0,58				Nowych efektów (Wzór 6)		0,85
Efekt współdz. $x_1x_2$ (Wzór 3)		0,83				Nowej średniej zmiany efektów głównych (Wzór 7)		0,76
Średnia zmiana efektów głównych (Wzór 4)		-0,17						

Uwagi po realizacji cyklu 2 ( $n=2$ ):

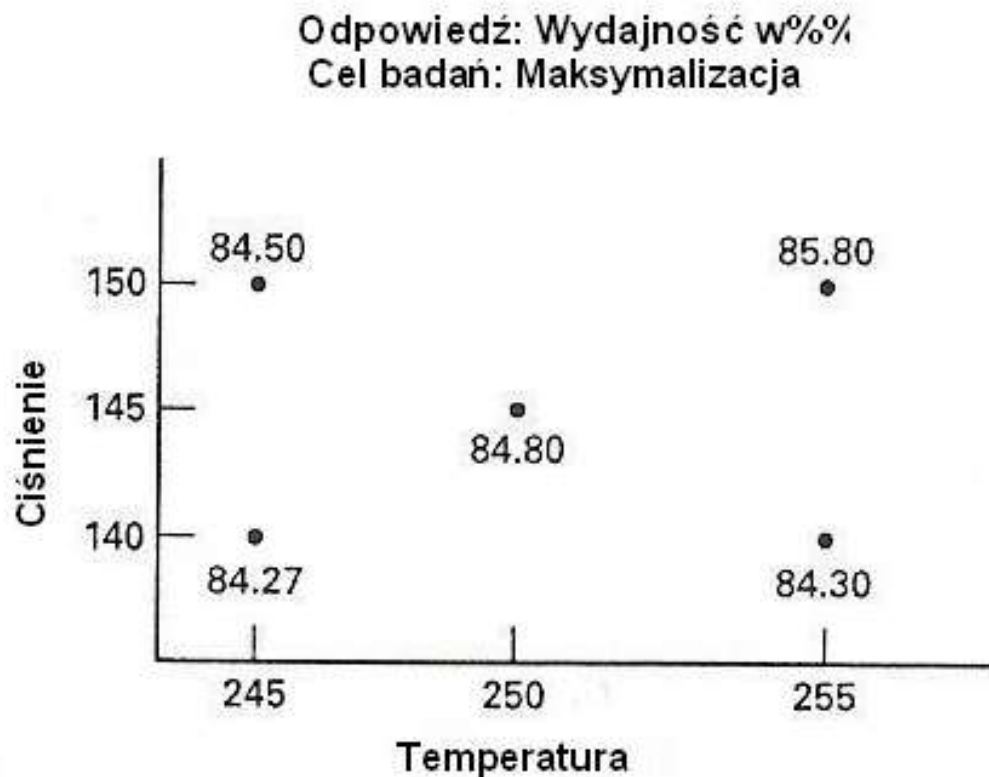
1. Obliczono efekty zmiennych i 95% przedziały ufności (4 dolne wiersze powyższej tablicy).
2. Ponieważ efekty zmiennych  $x_i$  są wewnątrz przedziałów ufności, to nie zmieniono warunków realizacji procesu.
3. Postanowiono powtórzyć cykl 1 (jako cykl 3).

Cykl $n=3$						Faza EVOP 1		
Warunki doświadczenia	Obliczanie średnich					Obliczanie odch. stand.		
	1	2	3	4	5			
[1] Suma poprzednich cykli	169,4	168,8	170,8	168	168,3	Poprzednia sum $S=$	0,60	
[2] Poprzednia średnia cykli	84,70	84,40	85,40	84,00	84,15	Poprzednia średnia $S=$	0,60	
[3] Nowe wyniki	85,0	84,0	86,6	84,9	85,2	Nowe $S=$ zakres[4]* $f_{k,n}$	0,56	
[4] Różnica [2] - [3]	-0,30	0,40	-1,20	-0,90	-1,05	Rozstęp[4]=	1,60	
[5] Suma [1] + [3]	254,4	252,8	257,4	252,9	253,5	Nowa suma $S=$	1,16	
[6] Nowe średnie [5]/ $n$ ; $\bar{Y}_i$	84,80	84,27	85,80	84,30	84,50	Nowa średnia $S_{os}= S/(n-1)$	0,58	
Obliczanie efektów			<u>UWAGA:</u> 1) Wzór 1 - Wzór 7 - patrz strona 50 2) [1] - [6] - numer wierszy w tablicy na str. 51, 53 i 54			Obl. granicy błędów dla:		
Efekt $x_1$ (Wzór 1)		0,67				Nowej średniej (Wzór 5)		0,67
Efekt $x_2$ (Wzór 2)		0,87				Nowych efektów (Wzór 6)		0,67
Efekt współdz. $x_1x_2$ (Wzór 3)		0,63				Nowej średniej zmiany efektów głównych (Wzór 7)		0,60
Średnia zmiana efektów głównych (Wzór 4)		-0,07						

Uwagi po realizacji cyklu 3 ( $n=3$ ):

1. Efekt ciśnienia jest poza przedziałem ufności, a efekt temperatury jest równy przedziałowi ufności (granicy błędu).
2. Zmiana warunków procesu jest uzasadniona.
3. Wydaje się celowym zrealizowanie fazy EVOP 2 dla warunków 225°F i 150 psi (środek planu 2<sup>2</sup>).

Poniższy wykres i tablica (dla cykli 1-3) służą do podejmowania decyzji o dalszych badaniach EVOP przez aparaturowych (*process operators*) i ich kierowników (*supervisors*).



Zakres błędu średnich:  $\pm 0,67$

Efekt i 95% zakres błędów	Temperatura ( $x_1$ )	0,67	$\pm 0,67$
	Ciśnienie ( $x_2$ )	0,87	$\pm 0,67$
	$T^* P$	0,64	$\pm 0,67$
	Zmiana średniej	0,07	$\pm 0,60$
Odchylenie standardowe	0,58		

Powyższy rysunek i tablica służą Komitetowi EVOP do podjęcia ostatecznej decyzji o dalszym postępowaniu.

Tablica 1 stosowana jest do obliczania „Nowe S=„ w wierszu [3] w tablicach obliczeń cykli EVOP:

Tablica 1: Wartości  $f_{k,n}$

$n =$		2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k =$	5	0,30	0,35	0,37	0,38	0,39	0,40	0,40	0,40	0,41
	9	0,24	0,27	0,29	0,30	0,31	0,31	0,31	0,32	0,32
	10	0,21	0,26	0,28	0,29	0,30	0,30	0,30	0,31	0,31

$k$  - liczba faz,  $n$  - liczba doświadczeń



## 3.6. Przykład 2. Planowanie EVOP; zmienne niezależne $n=3$ [11]

Zainteresowani mogą w literaturze zapoznać się z obliczeniami stosowanymi w przypadku trzech zmiennych niezależnych.

### Opis przykładu

Smart J. L., *Use of An Applied Statistical Method to Optimize Efficiency of an Air Pollution Scrubber Within An Undergraduate Laboratory*,

jest dostępny pod adresami:

<http://www.engr.uky.edu/~aseeched/papers/2003/0223.pdf>

(dostęp: 17-04-2016) : lub

[http://ufdcimages.uflib.ufl.edu/AA/00/00/03/83/00159/AA00000383\\_00159\\_00204.pdf](http://ufdcimages.uflib.ufl.edu/AA/00/00/03/83/00159/AA00000383_00159_00204.pdf) (dostęp: 17-04-2016)

(lub wyszukać: Google'u hasło *Jimmy Smart EVOP filetype:pdf*)

Nigdy nie powtarzaj udanych obliczeń.

Obliczeń nie da się odtworzyć.

## 3.7. Zalety i wady metody Box EVOP

- 1) Metoda prosta, łatwo realizowana i interpretowana.
- 2) Można ją szybko realizować.
- 3) Zmienne mogą być dyskretne lub ciągłe.
- 4) Punkt centralny ułatwia ocenę wyników i efektów.
- 5) Może służyć jako podstawa dla innych planów.
- 6) Wykrycie wpływu zmiennej może zależeć od zakresu jej wartości.
- 7) Nie znana liczba cykli w fazie i subiektywne określanie ruchu fazy.
- 8) Trudna realizacja dla więcej niż 3 zmienne (wzrost liczby doświadczeń)

# 4. Sekwencyjne planowanie simpleksowe (Simpleks EVOP)

## 4.1. Podstawy metody

Powstanie metody simpleksowej – możliwość automatycznej realizacji (odpowiedni program; w EVOP trudno sformalizować decyzje).

Minimalna liczba pomiarów; unikanie skomplikowanych obliczeń, wnioskowanie w miarę możliwości na podstawie danych (skale porządkowe), unikanie planów z nadmiarem pomiarów.

Ideał: liczba pomiarów potrzebna do wyznaczenia kierunku poprawienia wyników wynosi  $n+1$  i jest o 1 większa od liczby czynników (zmiennych niezależnych  $n$ ).

Pomiary te tworzą simpleks o  $n+1$  wierzchołków w  $n$ -wymiarowej przestrzeni.

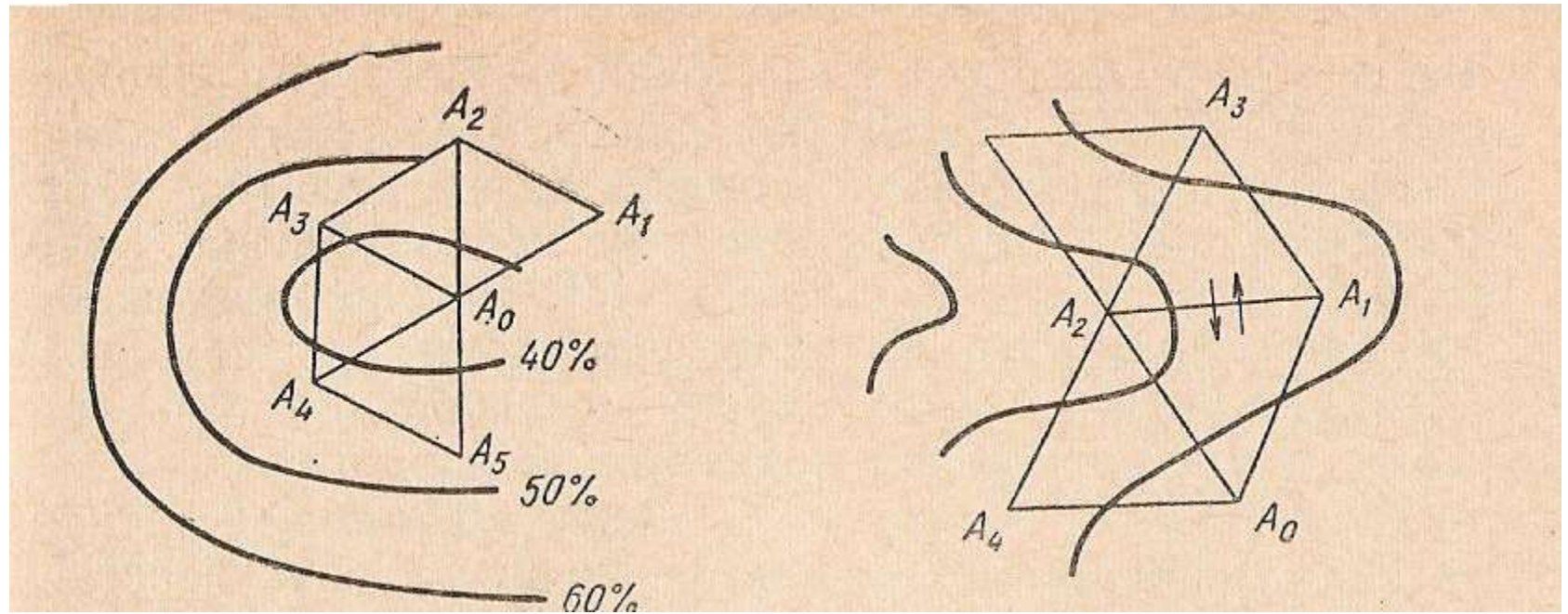
Przykład: dwie zmienne, trzy doświadczenia – można wyznaczyć przesunięcie warunków, aby poprawić wynik.

Problem doboru położenia tych trzech doświadczeń: trójkąt (równoboczny dla zmiennych kodowanych); dla trzech zmiennych – tetraedr (foremny dla zmiennych kodowanych) itp..

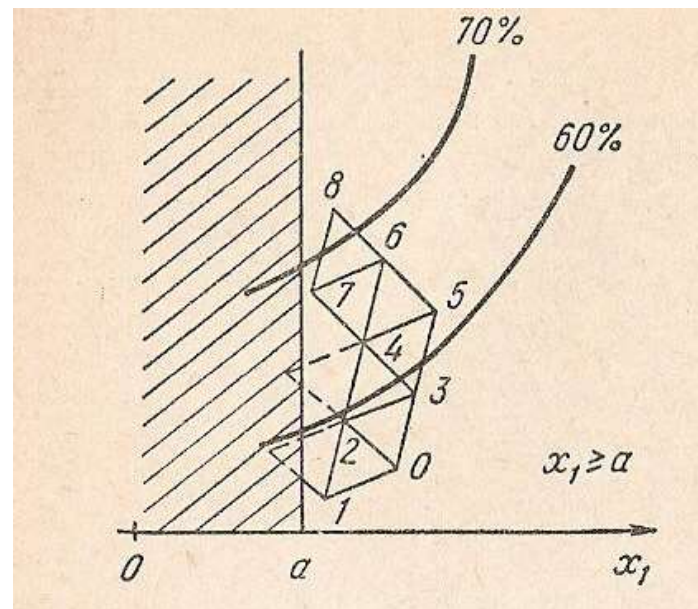
Kierunek ruchu simpleksu wymaga odrzucenia wierzchołka z najgorszym wynikiem i wyznaczenie nowego wierzchołka. Ruch simpleksu odbywa się zgodnie z odpowiednim algorytmem, który umożliwia obliczenie nowych wierzchołków simpleksu [12 - 14]. Na podstawie zrealizowanego simpleksu można obliczyć liniowe równanie regresji.

Można stosować algorytmy, w których wielkość simpleksu jest zmienna.

W rejonie optimum simpleks oscyluje wokół optymalnych warunków procesu,



## 4.2. Ruch simpleksu



### 4.3. Opis obszaru optimum

Przy dużych różnicach wyników kontynuuje się ruch simpleksu poszukując wyniki zbliżone do optymalnych. Zmiana warunków produkcji znosi wpływ dryfu. Zmniejszenie rozmiarów simpleksu umożliwia uniknięcie błędzenia simpleksu w przypadku dużych błędów losowych. Jeżeli dryf jest nieistotny można realizować kompozycyjne plany eksperymentu, umożliwiające wyznaczenie równania regresji drugiego stopnia (i dokładniejsze ustalenie warunków optymalnych). Problem położenia optimum poza obszarem dopuszczalnych warunków produkcji.

Zalety metody simpleksowej: szybkie reagowanie na zmiany warunków produkcji, wnioski z doświadczeń nie zależą od liczby zmiennych niezależnych, efektywność metody wzrasta z liczbą zmiennych niezależnych, prostota matematyczna, możliwość zwiększania liczby zmiennych niezależnych, możliwość stosowania nieregularnych simpleksów (niekodowanych), realizacja zasady jedno doświadczenie i wniosek.

## 4.4. Zalety metody simpleksowej

1. Zmiana odpowiedzi w czasie (prawdziwe optimum nie zmienia się). Do sterowania procesem stosuje się ostatnie dane.
2. Simpleks dokładnie ustala zmiany warunków procesu. Nowy simpleks przylega do poprzedniego (lustrzane odbicie).
3. Zmiany odpowiedzi porównywalne z błędem losowym nie powodują zakłóceń procesu. W każdym razie wykrycie zmian odpowiedzi jest w następnym simpleksie korygowane.
4. Nie stosuje się statystycznych metod. Obliczenia są proste, można je realizować bez użycia komputera.
5. Ruch simpleksu zależy jedynie od uszeregowania odpowiedzi; wartość odpowiedzi może być dyskretna.
6. Mniejsza liczba doświadczeń w porównaniu z metodą EVOP.



7. Szybkie reagowanie na zmiany warunków produkcji.
8. Wnioski z doświadczeń nie zależą od liczby zmiennych niezależnych,
9. Efektywność metody wzrasta z liczbą zmiennych niezależnych,
10. Możliwość zwiększania liczby zmiennych niezależnych,
11. Możliwość stosowania nieregularnych simpleksów (niekodowanych),
12. Realizacja zasady jedno doświadczenie i wniosek.
13. Wnioskowanie na podstawie najnowszego simpleksu.
14. Im większy efekt zmiennych niezależnych, tym szybciej zostanie wyeliminowany.
15. Metoda simpleks EVOP może być stosowana w przypadku wielu odpowiedzi (decyduje ustalana ich kolejność).

## 4.5. Wady metody simpleksowej

1. Zmienne niezależne muszą być ciągłe.
2. Aby uniknąć błędnych decyzji należy precyzyjnie ustalać wartość odpowiedzi lub zmienne niezależne powinny się dostatecznie dużo różnić (duży simpleks).

## 4.6. Przykład 1 [15]

Stosując metodę Simpleks EVOP należy wyznaczyć minimum funkcji:

$$Z = \frac{100}{1+x^2+y^2}; (Z_{\text{maks}} \text{ dla } x=0 \text{ i } y=0)$$

Dla dwóch zmiennych tworzy się simpleks o 3 wierzchołkach.

Wybrano program optymalizacji simpleksowej ze zmieniającą się wielkością simpleksu. Można stosować metodę simpleksową ze stałą wielkością simpleksu (zwłaszcza w warunkach optymalnych).

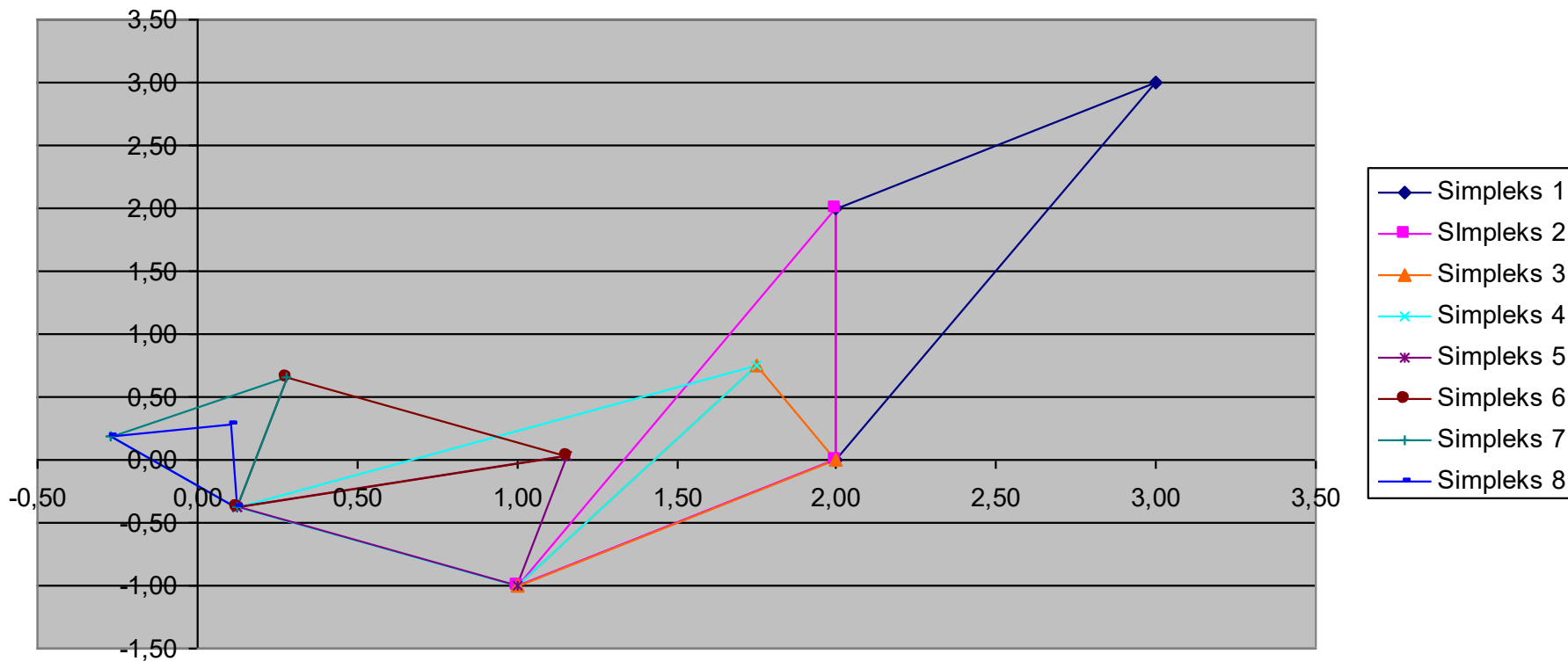
Obliczenia wykonano stosując program opisany w skrypcie [14].  
 Poniżej podano wyniki obliczeń kolejnych wierzchołków simpleksów.  
 Wierzchołki 1- 3 tworzą simpleks początkowy.

Dośw. nr	x1	x2	Wynik	Wierzchołki simpleksu	Numer simpleksu
1	2,000	0,000	20,0000		
2	3,000	3,000	5,2632		
3	2,000	2,000	11,1111	1, 2, 3	1
4	1,000	-1,000	33,3333		
5	0,000	-3,000	10,0000	4, 1, 3	2
6	1,000	-3,000	9,0909		
7	1,750	0,750	21,6216	4, 7, 1	3
8	0,750	-0,250	61,5385		
9	0,125	-0,375	86,4865	9, 4, 7	4
10	-0,625	-2,125	16,9312		
11	1,156	0,031	42,7845	9, 11, 4	5
12	0,281	0,656	66,2560	9, 12, 11	6
13	-0,750	0,250	61,5385		
14	-0,273	0,195	89,8833	14, 9, 12	7
15	-0,430	-0,836	53,0843		
16	0,104	0,283	91,6670	16, 14, 9	8
17	-0,295	0,854	55,0557		

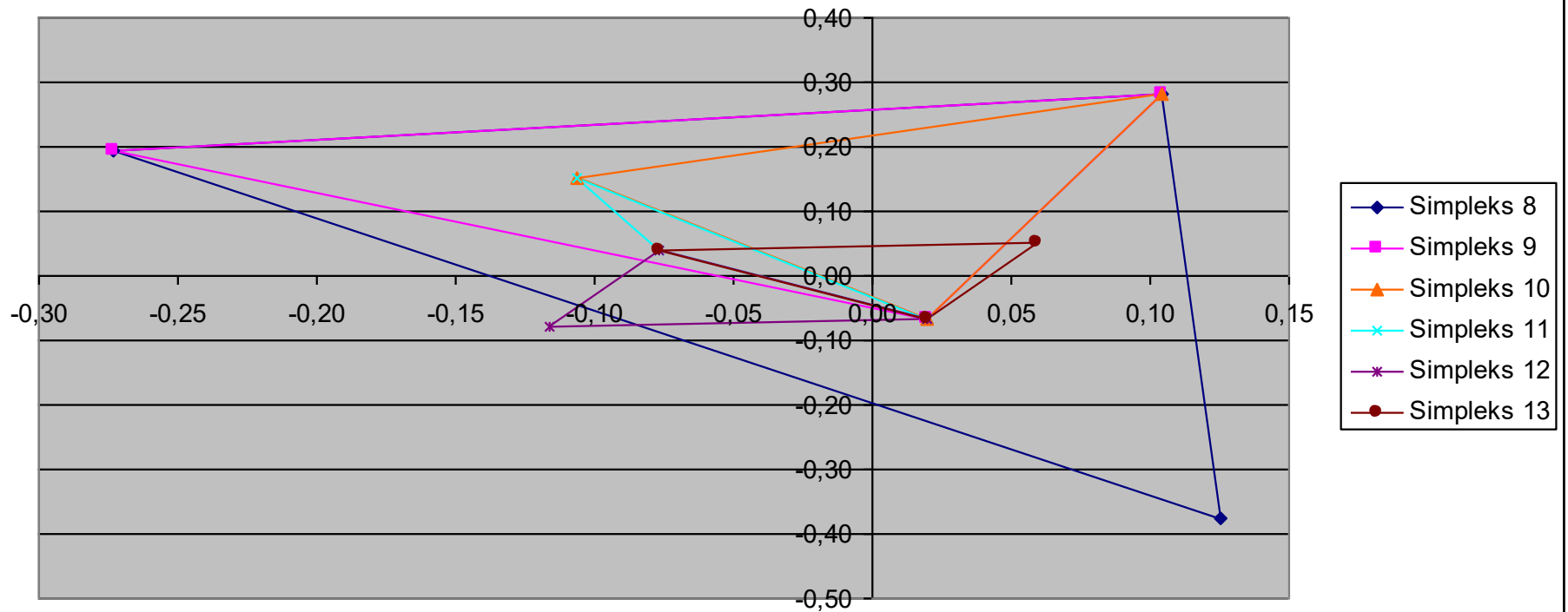
c. d. tablicy

18	0,020	-0,068	99,5001	18, 16, 14	9
19	0,397	0,02	86,3551		
20	-0,106	0,151	96,7083	18, 20, 16	10
21	-0,19	-0,2	92,9282		
22	-0,116	-0,079	98,0683	18, 22, 20	11
23	0,1	-0,298	91,0080		
24	-0,077	0,039	99,2605	18, 24, 22	12
25	0,059	0,05	99,4055	18, 25, 24	13
26	0,156	-0,057	97,3156		
27	-0,019	0,015	99,9414	27, 18, 25	14
28	-0,058	-0,103	98,6220		
29	0,03	0,012	99,8957	27, 29, 18	15
30	-0,009	0,094	99,1162		
31	0,013	-0,027	99,9103	27, 31, 29	16
32	-0,036	-0,024	99,8131		
33	0,013	0,003	99,9822	33, 27, 31	17

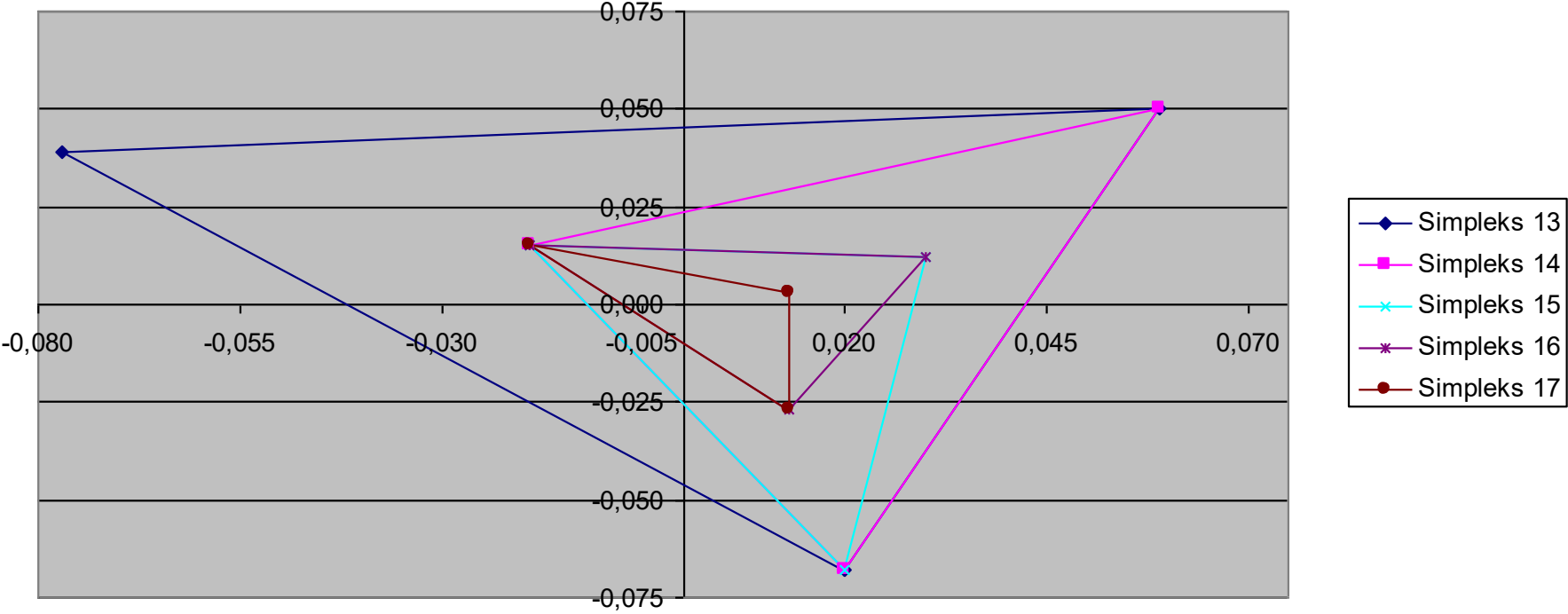
### Simpleks EVOP; simpleksy 1 - 8



Simpleks EVOP; simpleksy 8 - 13



Simpleks EVOP; simpleksy 13 - 17

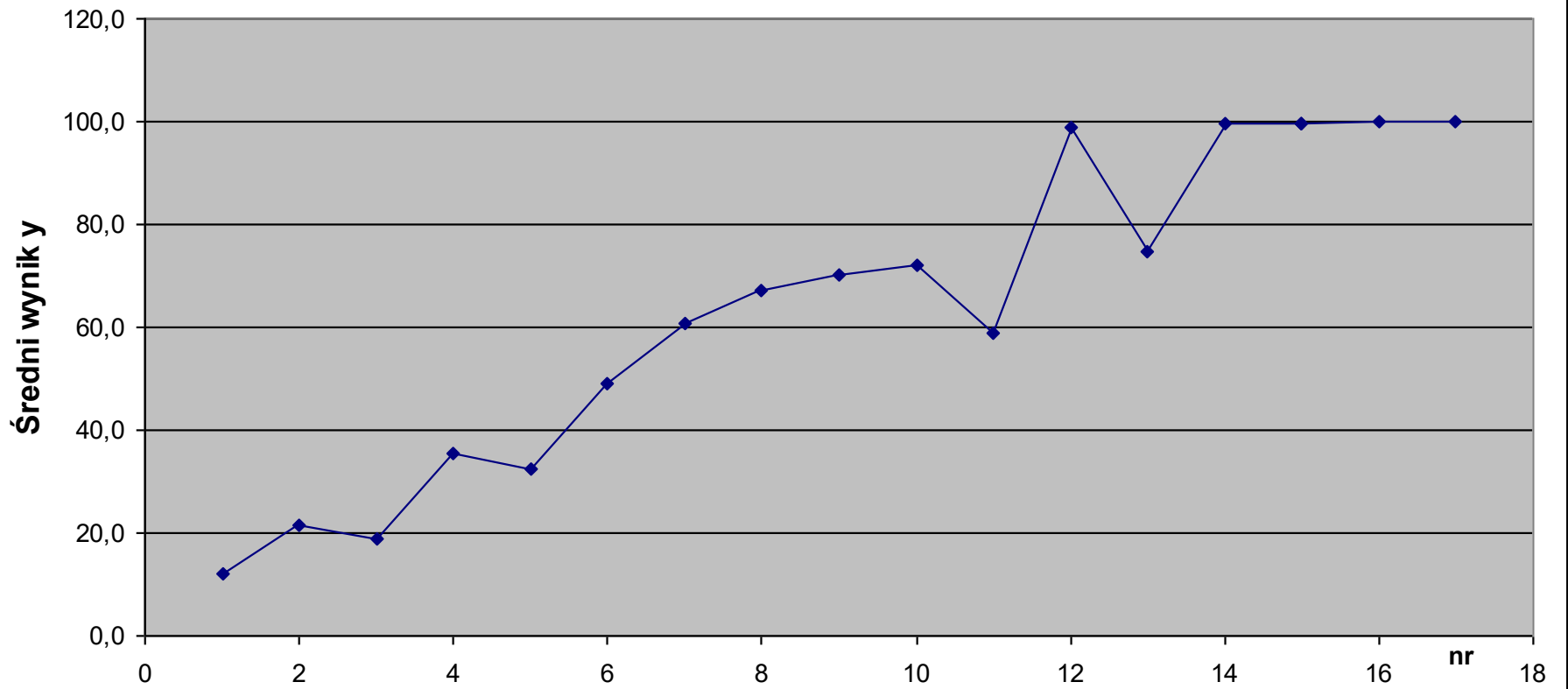




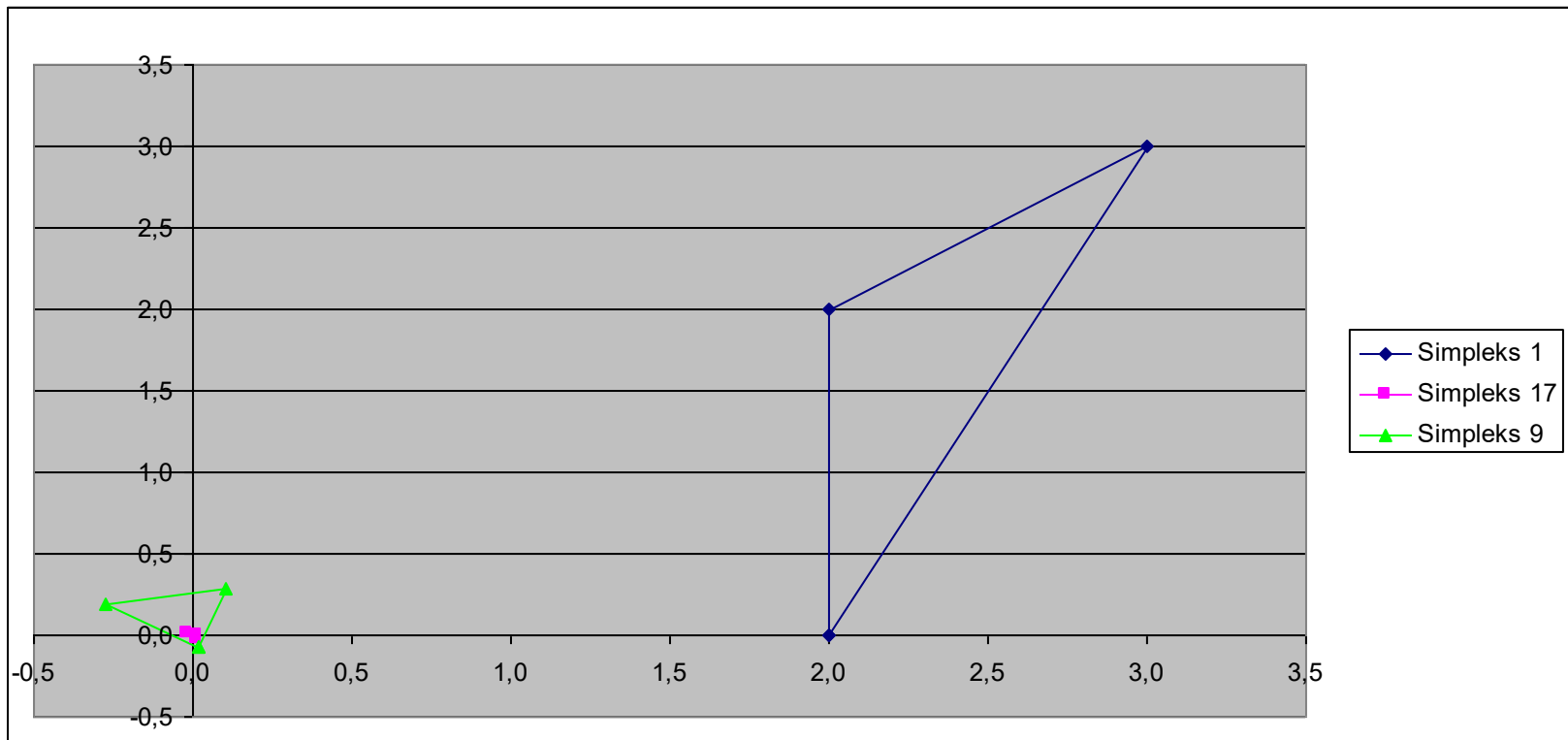
Zestawienie  
wyników  
metody  
simpleksowej

Numer simpleksu	Numer wierzchołków	Srednia wyników simpleksu	Wariancja wyników simpleksu
1	1, 2, 3	12,12	55,064
2	4, 1, 3	21,48	125,103
3	4, 7, 1	18,74	147,414
4	9, 4, 7	35,36	1194,979
5	9, 11, 4	32,52	804,075
6	9, 12, 11	48,88	478,342
7	14, 9, 12	60,66	163,176
8	16, 14, 9	67,01	6,926
9	18, 16, 14	70,26	26,170
10	18, 20, 16	71,97	15,761
11	18, 22, 20	58,86	1,949
12	18, 24, 22	98,94	0,588
13	18, 25, 24	74,54	0,015
14	27, 18, 25	99,62	0,082
15	27, 29, 18	99,78	0,059
15	27, 29, 18	99,78	0,059
16	27, 31, 29	99,92	0,001
17	33, 27, 31	99,94	0,001

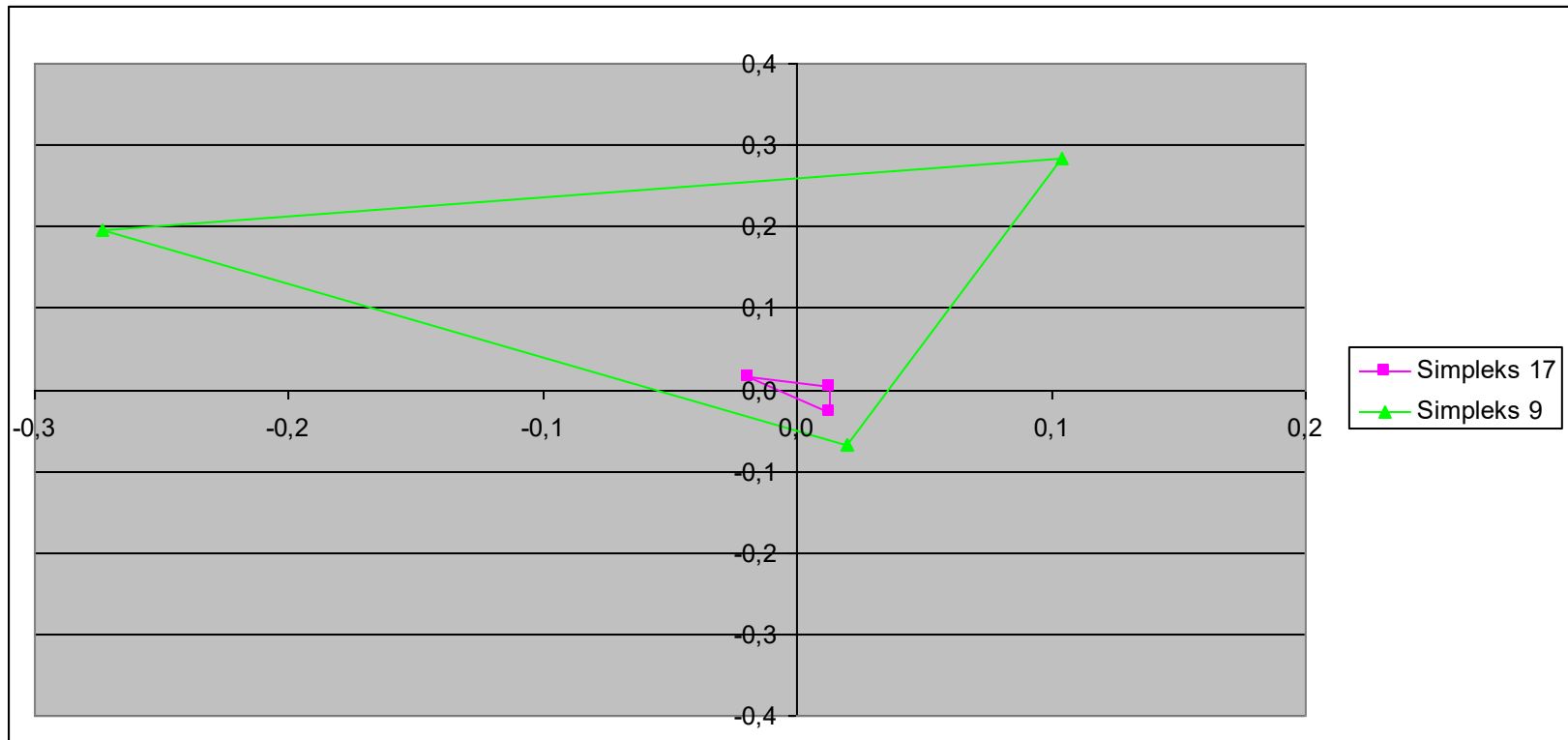
### Średnia wyników simpleksu



Na poniższym wykresie można porównać wielkość simpleksu i ocenić jej znaczenie dla kontroli procesu technologicznego:



## Problem skali i kłopot z wnioskiem (p. 77)



Wnioski z powyższych obliczeń:

1. Po 14 simpleksach (od 27 doświadczenia) nawet wyniki dla odrzucanych wyników ( $w$ ) są zbliżone do wyników optymalnych.
2. Jeżeli są to wyniki procesu technologicznego, to dalsza kontynuacja planu „Simpleks EVOP” umożliwia utrzymanie procesu w warunkach optymalnych i ewentualne korygowanie małych zmian losowych powodujących pogorszenie produktu.

**Uwagi:**

Dane z obszaru optymalnego nie nadają się do obliczania modelu powierzchni odpowiedzi. Lepsze są konwencjonalne metody planowania stosowane do otrzymywania modelu powierzchni odpowiedzi. Jeżeli na wyniki wpływają zmienne niekontrolowane, to plan EVOP będzie oscylował w obszarze optymalnym lub wyniki będą rozbieżne.

W razie wątpliwości należy w dłuższym okresie czasu powtarzać pomiary i wykryć wpływ niekontrolowanych zmiennych w czasie. W przypadku niekontrolowanych zmiennych uśrednianie wyników jest nie możliwe i należy zastosować inne metody optymalizacji.

## 5. Porównanie obu metod

Metoda simpleksowa wymaga mniejszej liczby doświadczeń i szybciej można modyfikować kontrolowany proces w porównaniu do metody Boxa, w której realizuje się plany czynnikowe (realizowane są  $2^k + 1$  doświadczeń, a nie  $k+1$  doświadczeń w metodzie simpleksowej).

## 6) Metoda ROVOP – *Rotating Squares Evolutionary operation*

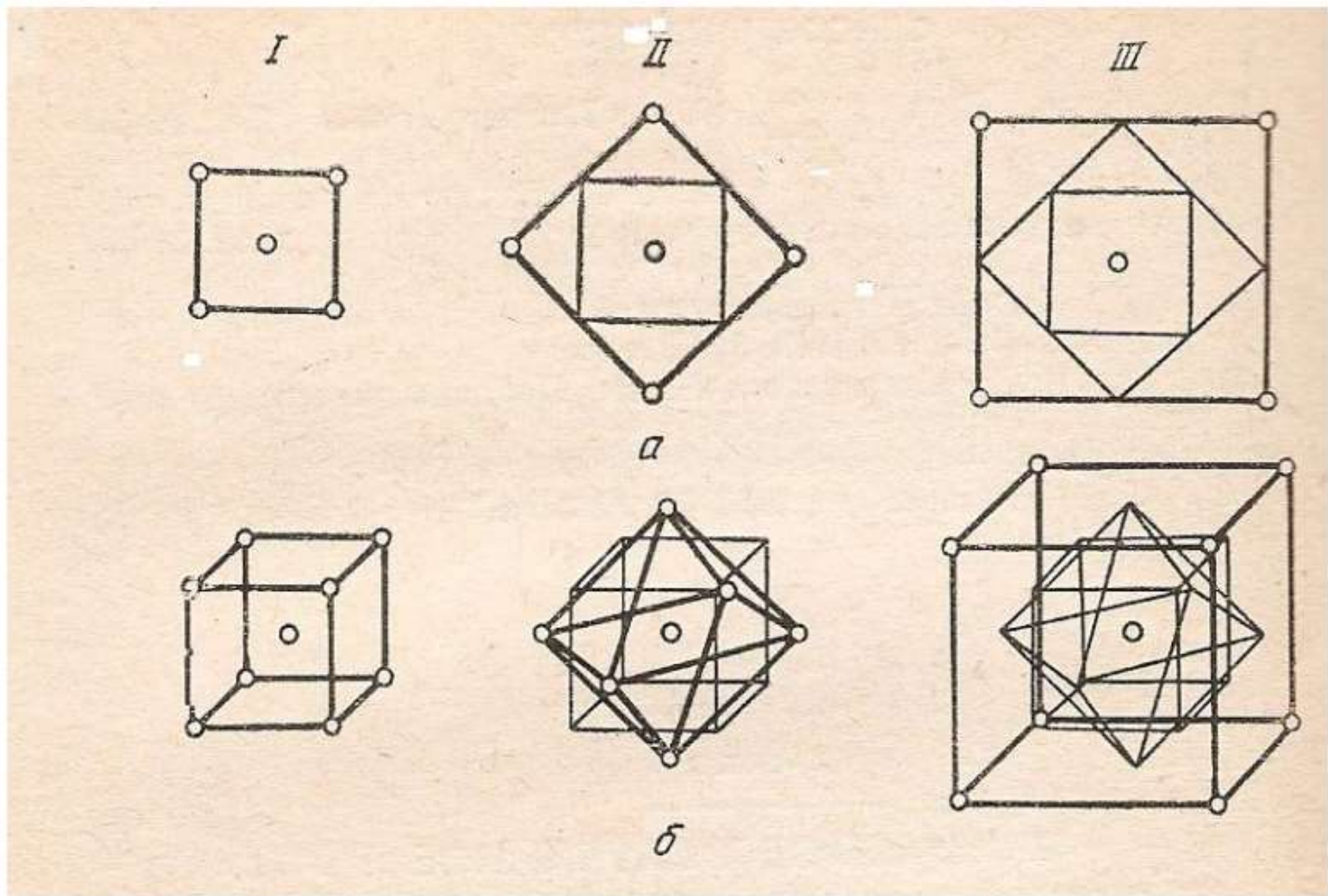
W literaturze pojawiły się artykuły o metodzie ROVOP polegającej na obracaniu (i równoczesnym powiększeniu planu).

Mało jest informacji o praktycznym zastosowaniu takich planów, ale poniższy materiał może pobudzić fantazję badacza.

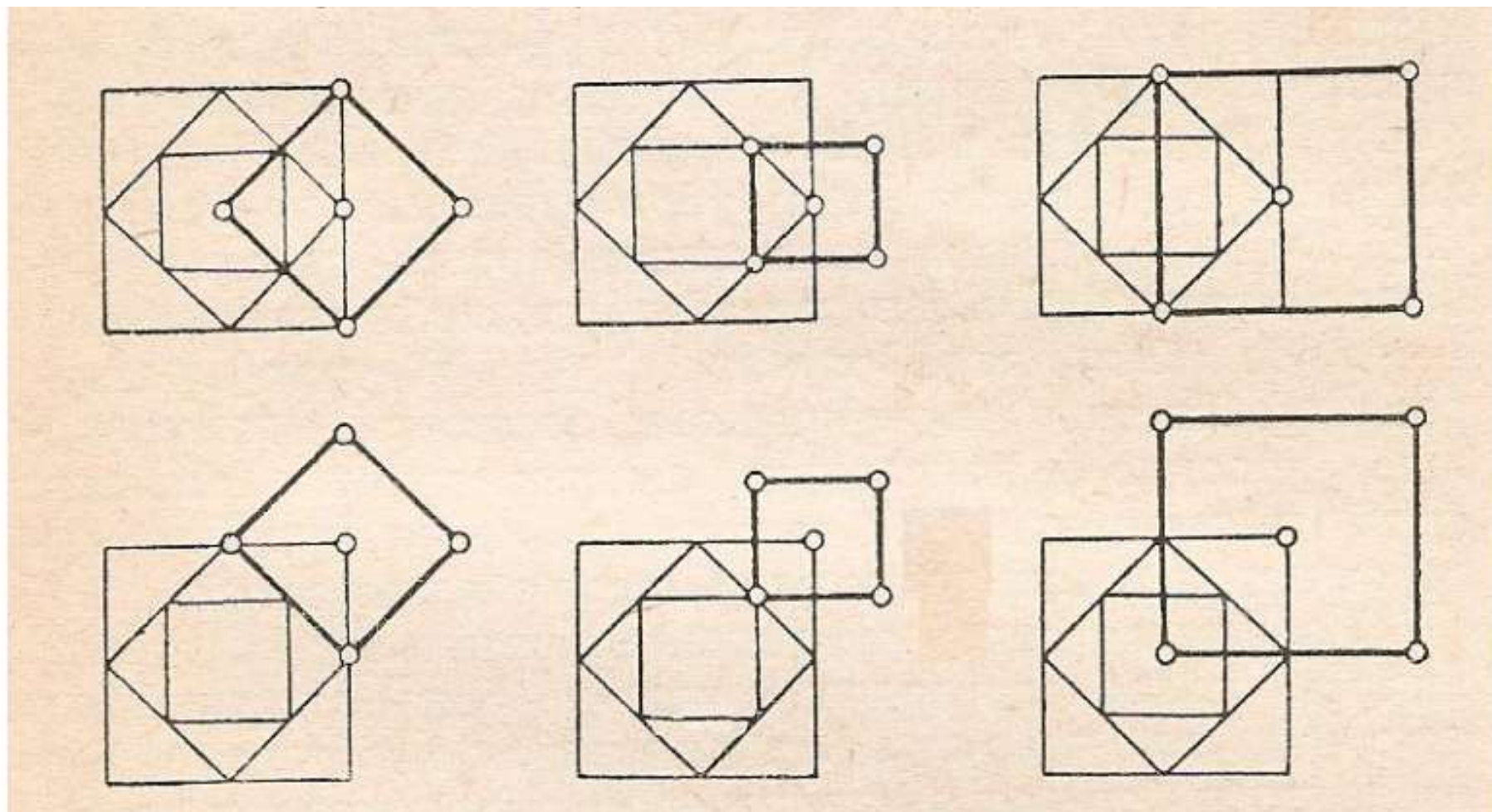
W metodzie ROVOP stosuje się zmienny zakres wartości zmiennych niezależnych oraz obrót planu  $2^n+1$ . Nowy cykl zawiera co najmniej 2 doświadczenia poprzedniego i zakres zmiennych zwiększany jest o czynnik 1,4142 (lub nie). Obrót planu dokonuje się o  $45^\circ$ . Środek planu może być przesuwany. Wynik optymalny osiąga się dla punktu wewnątrz planu. Powierzchnia opisywana jest równaniem 2-go stopnia.

Poniżej przytoczono kilka rysunków, które ilustrują ideę metody.



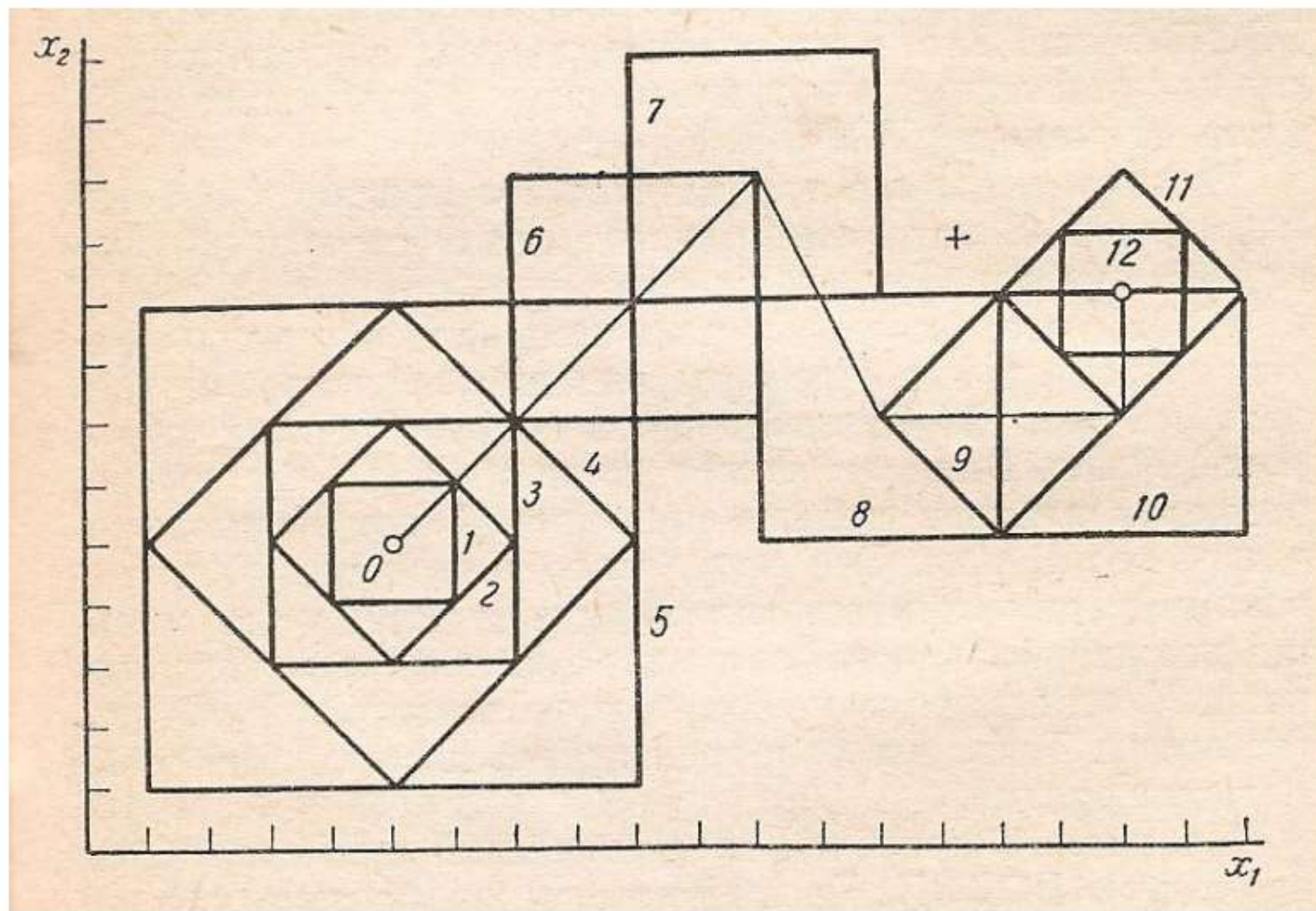


Kolejne cykle (I, II, III) planowania ROVOP dla dwóch (a) i trzech (b) zmiennych. Cykl I nie różni się od planu EVOP (choć można stosować bardzo małe różnice wartości zmiennych). Gdy wykryty zostanie efekt zmiennej to stosuje się metodę EVOP, a w przeciwnym przypadku – kontynuuje się metodę ROVOP. Zmiana wielkości kwadratu w kolejnym cyklu (dla dwóch zmiennych) polega na obrocie kwadratu o  $45^\circ$  i zwiększeniu długości bok kwadratu  $\sqrt{2}$  razy [procedurę pokazano w (a)].



Przykłady przejścia do nowej fazy planu ROVOP dla dwóch zmiennych; procedurę ROVOP przerywa się, gdy zostanie wykryty wpływ choćby jednej zmiennej. Linia pogrubioną przedstawiony pierwszy cykl następnego fazy.





Przykład działania procedury ROVOP. Znak „+” oznacza położenie optimum, cienka linia pokazuje trajektorię środka planu czynnikowego.

# Karta kontrolna metody ROVOP

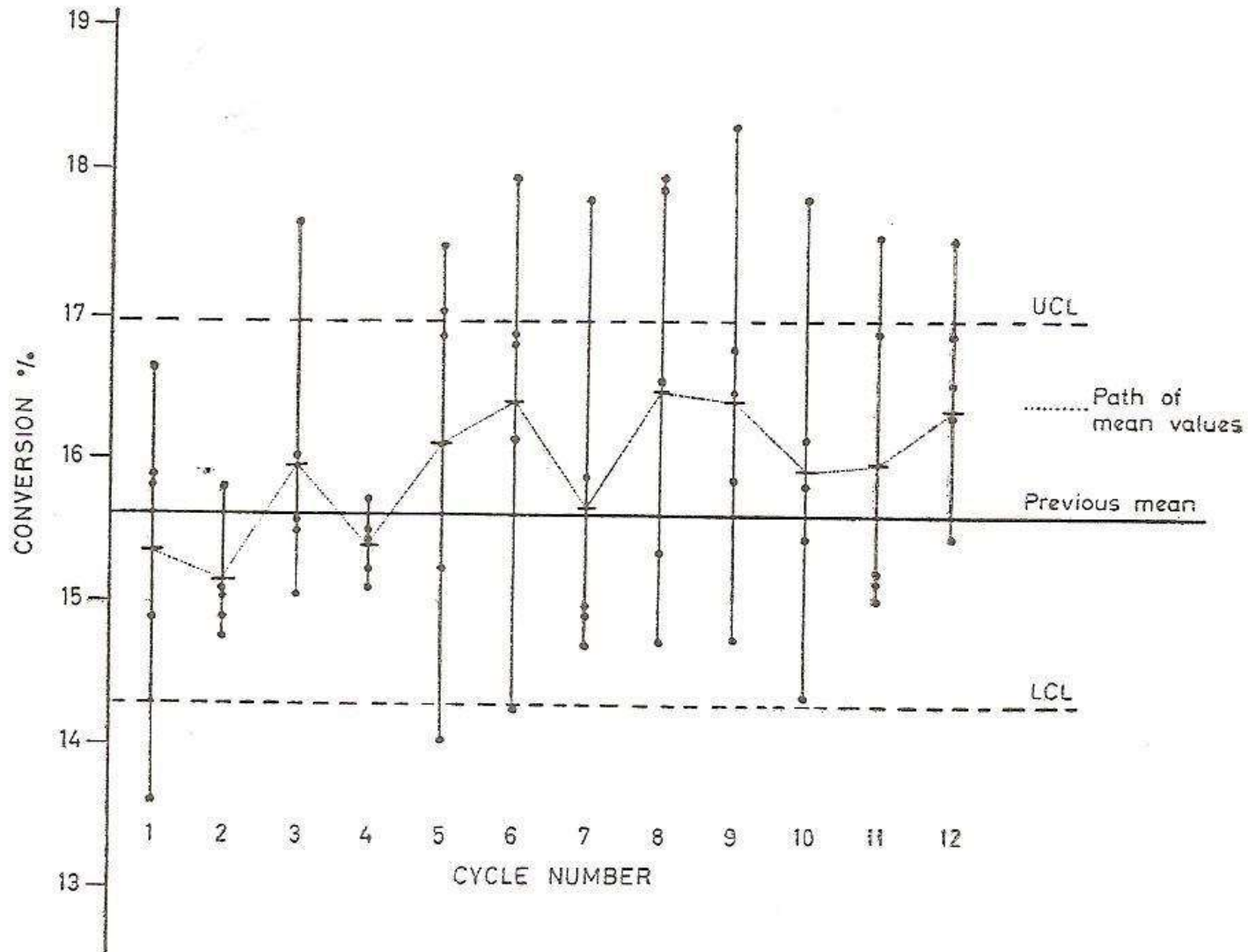


Fig. 7.—ROVOP control chart. Twelve cycles each of five operations

### Zalety metody REVOP:

Położenie środka pierwszego cyklu nie jest ważne i może być zbliżone do warunków operacyjnych.

Obrót planu umożliwia tworzenie modelu 2 –go stopnia.

Łatwe badanie powierzchni odpowiedzi.

### Wady metody ROVOP:

Trudniejsza analiza danych (w porównaniu do metody EVOP).

Zmienne niezależne mogą być tylko ciągłymi.

# 7) Metoda REVOP – *Random Evolutionary Operatin*

Metoda REVOP stosuje się w przypadku dużej liczby zmiennych niezależnych, gdy zależności między nimi są nieznane i można założyć, że są one złożone. W metodzie REVOP wnioskuje się tylko na podstawie wyników (a nie obliczanych parametrów i założonych funkcji).

Warunki realizacji: 1) ustalić punkt początkowy (np.. warunki realizacji procesu), 2) parametr oceny wyniku, 3) sprzężenie zwrotne informacji (zapewnia sekwencyjność badań).

Postępowanie: Pięć etapów postępowania opisano w artykule [33].

Zalety REVOP: 1) Dwojne liczba zmiennych niezależna; nie oblicza się efektów współdziałanie np.  $x_i x_l$ , 2) Proste obliczenia.

Wady REVOP: 1) Zmienne niezależna muszą być ciągłe, 2) Losowe zmiany mogą wymagać doświadczeń nie realizowalnych, 3) Nie można wyznaczyć efektów poszczególnych zmiennych.



	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$y$
$E_0$	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	14.2
$d_1$	4	9	1	5	4	5	4	8	5	9	
$D_1 = d_1^2 / 40$	+0.4	-2.0	+0.0	-0.6	-1.2	+0.6	-0.4	-1.6	-0.6	-2.0	
$E_1 = E_0 + D_1$	5.4	3.0	5.0	4.4	3.8	5.6	4.6	3.4	4.4	3.0	22.3
$E_2 = E_1 + D_1$	5.8	1.0	5.0	3.8	2.6	6.2	4.2	1.8	3.8	1.0	16.0
$d_2$	0	5	5	4	5	5	5	0	4	3	

.....

$d_4$	4	3	3	6	1	2	8	8	5	9	
$D_4 = d_4^2 / 40$	-0.4	-0.2	+0.2	-0.9	+0.0	+0.1	-1.6	+1.6	-0.6	-2.0	
$A_{16} = A_{14} + D_4$	-1.0	3.4	-0.8	0.5	0.2	6.5	0.8	8.8	9.2	7.2	
$E_{16} =$	1.0	3.4	0.8	0.5	0.2	6.5	0.8	8.8	9.2	7.2	82.6
$A_{17} = A_{16} - D_4$	-0.2	3.8	-1.2	2.3	0.2	6.3	4.0	5.6	8.0	11.2	
$E_{17} =$	0.2	3.8	1.2	2.3	0.2	6.3	4.0	5.6	8.0	11.2	92.58

Fig. 8.—REVOP worksheet. (Synthetic example after Satterthwaite)<sup>2</sup>



# Google

- Hasło: *EVOP*; znaleziono 123 000 odpowiedzi
- Hasło: *Evop filetype: pdf*; znaleziono 6190 odp.
- (w dniu 16-03-2016)

## Literature

1. Program StatLab: <http://www.win.tue.nl/statlab> (dostęp: 02-05-2015).
2. Program MatLab.
3. Program Statgraphics.
4. Program Statistica
5. G. E. P. Box, *Evolutionary Operation: A Method for Increasing Industrial Productivity*, Applied Statistics, (1957), 6(2), 81.
6. G. E. P. Box, N. R. Draper, *Evolutionary Operation*, Wiley, New York, 1969.
7. R. H. Myers. D. C. Montgomery, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, 2nd Ed., Wiley, New York 2002.

8. D. C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, J. Wiley & Sons, Inc. New York 2009.
9. G. E. P. Box, W. G. Hunter, J. S. Hunter, *Statistics for Experimenters*, 1st Ed., John Wiley & Sons, Inc., 1978,
10. G. M. Jenkins, *.4 system Study of a petrochemical plants*, J. Syst. Eng., **1**, 90, 1969.
11. J. L. Smart, *Use of An Applied Statistical Method to Optimize Efficiency of an Air Pollution Scrubber Within An Undergraduate Laboratory*,  
<http://www.engr.uky.edu/~aseeched/papers/2002/0223.pdf>  
(dostęp: 28-05-2015).
12. M. Korzyński, *Metodyka eksperpmentu*, WNT. Warszawa 2006.

13. S. L. Achnazarowa, W. W. Kafarow W. W., *Optymalizacja eksperymentu w chemii i technologii chemicznej*, WNT. Warszawa 1982.
14. D. Jańczewski. C. Różycki C, L. Synoradzki, *Projektowanie procesów technologicznych; Matematyczne metody planowanie eksperymentów*, Of. Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2010.
15. Crickmore P. J., *Experimental Design*, <http://math-site.athabascau.ca/documents/ExperimentalDesign.pdf> (dostęp: 30-05-2015).
16. K. Rutten, J. De Baerdemaeker, B. De Ketelaere, *A comparison of Evolutionary Operation and Simplex for process improvement*, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* (2014), **139**, 109.

17. S. N. Deming, *Sequential simplex optimization: A method form the rapid development of products and processes*. Abstract of Papers, 247th ACS National Meeting & Exposition, Dallas, TX, United States, March 16-20, 2014 (2014).
18. V. C. G. dos Santos, M. T. Grassi, M. Soares de Campos, P. G. Peralta-Zamora, G. Abate, *Multivariate optimization of mercury determination by flow injection-cold vapor generation-inductively coupled plasma optical emission spectrometry*, Analyst (Cambridge, United Kingdom) (2012). **137**(19), 4458.
19. S. Negi, R. Banerjee, *Optimization of amylase and protease production from Aspergillus awamori in single bioreactor through EVOP factorial design technique*, Food Technology and Biotechnology (2006), **44**(2), 257
20. F. L. Chubb, J. T. Edward, S. Ch. Wong, *Simplex optimization of yields in the Bucherer-Bergs reaction*, Journal of Organic Chemistry (1980), **45**(12), 2315.

21. C. W. Lowe, *Simplex evolutionary operation for multiple responses*. Trans. Instn. Chem. Engrs (1967), **45**(1), T3.
22. R. Banerjee, B. C. Bhattacharyya, *Evolutionary operation (EVOP) to optimize three-dimensional biological experiments*, Biotechnology and bioengineering (1993), **41**(1), 67.
23. R. A. Hill, *Process improvement of evolutionary operation*, American Perfumer and Cosmetics (1965), **80**(9), 25.
24. P. M. Hoch, J. Espinosa, *Conceptual Design and Simulation Tools Applied to the Evolutionary Optimization of a Bioethanol Purification Plant*, Industrial & Engineering Chemistry Research (2008), **47**(19), 7381.

25. J. V. Link, A. L. G. Lemes, I. Marquetti, M. B. dos Santos Scholz, E. Bona, *Geographical and genotypic classification of arabica coffee using Fourier transform infrared spectroscopy and radialbasis function networks*. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* (2014), **135**, 150.
26. Y. Zhou, S. Lakshminarayanan, R. Srinivasan, *Optimization of image processing parameters for large sets of in-process video microscopy images acquired from batch crystallization processes: Integration of uniform design and simplex search*, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* (2011), **107(2)**, 290.

27. N. Kuppithayanant, M. Rayanakom, S. Wongpornchai, T. Prapamontol, R. L. Dealing, *Enhanced sensitivity and selectivity in the detection of polycyclic aromatic hydrocarbons using sequential simplex optimization, the addition of an organic modifier and wavelength programming*. *Talanta* (2003), **61**(6), 879.
28. Tinoi, N. Rakariyatham, N., R. L. Deming, *Simplex optimization of carotenoid production by Rhodotorula glutinis using hydrolyzed mung bean waste flour as substrate*. *Process Biochemistry* (Oxford, United Kingdom) (2005), **40**(7), 2551.
29. F. Walters, *Sequential Simplex Optimization - an update*. *Analytical Letters* (1999), **32**(2), 193.



30. R. J. Stolzberg, J. Richard, Optimizing signal-to-noise ratio in flame atomic absorption spectrophotometry using sequential simplex optimization, *Journal of Chemical Education* (1999), **76** (6), 834.
31. J. A. Palasota, I. Leonidou, J. M. Palasota, H.-L. Chang. S. N. Deming, Sequential simplex optimization in a constrained simplex mixture space in liquid chromatography. *Analytica Chimica Acta* (1992), **270** (1), 101.
32. D-Y Cheong, C. L. Hansen. D K Stevens. Production of bio-hydrogen by mesophilic anaerobic fermentation in an acid-phase sequencing batch reactor, *Biotechnology and Bioengineering* (2006), **96** (3), 421.

33. Lowe C.W., *Some techniques of evolutionary operation*, Trans. Instn. Chem. Engrs (1964) **42**, T334
34. W. G. Hunter, J. R. Kitrell, *Evolutionary Operation: A Review*, Technometrics (1966) **8** (3), 389
35. Th. P. Ryan, *Statistical Methods for Quality Improvement*, J. Wiley & Sons, Inc., 2011, Third Ed.
36. Koen Rutten, *Methods for Online Sequential Process Improvement*, Dissertation, KU Leuven, Belgium, 2015.

Mozaika z okna w Caius College, Cambridge upamiętająca pracę R. A. Fishera, „Studies in Crop Variation II. The Manorial Response of Different Potato Varieties”, J. Agricultura Sci., **13**, 311-320 (1920).

Jest to kwadrat łaciński  $7 \times 7$ .

Stosując algebrę macierzy i geometrię w  $n$ -wymiarowej przestrzeni, należy pamiętać, że optymalizacja zaczęła się od poszukiwania sposobu uzyskania najlepszych ziemniaków przy minimalnym zużyciu nawozu.

